COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 JANVIER 1900,

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE LÉVY.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats pour la chaire d'Embryogénie comparée, actuellement vacante au Collège de France.

(Renvoi à la Section d'Anatomie et Zoologie.)

M. **H. Parenty** prie l'Académie de le comprendre parmi les candidats à une place de Correspondant pour la Section de Mécanique.

(Renvoi à la Section de Mécanique.)

M. **R. Bouilhac**, M. **E. Perrin** adressent des remercîments à l'Académie pour les distinctions accordées à leurs travaux.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, le deuxième Volume de la « Faune des Vertébrés de la Suisse, comprenant la Ire Partie de l'Histoire naturelle des Oiseaux », par M. *Victor Fatio*, de Genève. (Présenté par M. A. Milne-Edwards.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la distribution des réduites anormales d'une fonction*. Note de M. **H. Padé**, présentée par M. Appell.

« I. J'ai fait connaître, dans une Note présentée à l'Académie en 1890, le théorème qui règle cette distribution et qui est fondamental dans la théorie de la formation des fractions continues holoïdes [1] pour les fonctions qui peuvent avoir des réduites anormales.

» Pour l'établir simplement, je prendrai pour point de départ la proposition suivante : *Soient* S_1 *et* S_2 *deux séries entières en* x, *ayant chacune un terme constant différent de zéro, et* (μ_1, μ_2) *un couple de nombres entiers, positifs ou nuls. Si deux polynomes* X_1 *et* X_2, *dont les degrés sont au plus égaux respectivement à* μ_1 *et* μ_2, *satisfont à la condition*

$$S_1X_1 + S_2X_2 = (x^{\mu_1+\mu_2+1}), \tag{1}$$

où le second membre représente un infiniment petit d'ordre au moins égal à $\mu_1 + \mu_2 + 1$, *les quotients* Y_1, Y_2 *de ces polynomes divisés par leur plus grand commun diviseur, constituent un couple de polynomes dont le quotient changé de signe,* $-\frac{Y_2}{Y_1}$, *est la réduite qui correspond au point* (μ_1, μ_2), *pour la fonction* $\frac{S_1}{S_2}(x)$.

» Soient alors ν_1 et ν_2 les degrés de Y_1 et Y_2, et supposons que l'on ait

$$S_1Y_1 + S_2Y_2 = Sx^{\nu_1+\nu_2+\lambda+1},$$

S désignant une série entière avec un terme constant différent de zéro, et λ étant un entier positif ou nul.

» Si l'on désigne un entier, positif ou nul, au plus égal à λ, et que l'on

---

[1] *Mémoire sur les développements en fractions continues de la fonction exponentielle* (*Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 3e série, t. XVI; 1899. *Voir* nos 13 et 24).

observe que

$$\nu_1 + \nu_2 + \lambda + 1 = (\nu_1 + i) + \nu_2 + (\lambda - i) + 1 = \nu_1 + (\nu_2 + i) + (\lambda - i) + 1,$$

on voit de suite que le couple de polynomes Y_1, Y_2 correspondra à tous les points

$$\begin{matrix} (\nu_1 + i, \nu_2 \quad\;\;) \\ (\nu_1, \quad \nu_2 + i) \end{matrix} \qquad (i = 0, 1, 2, \ldots, \lambda).$$

» Considérons maintenant l'un quelconque de ces points, par exemple le point $(\nu_1 + i, \nu_2)$, et multiplions les deux membres de la relation

$$S_1 Y_1 + S_2 Y_2 = S x^{(\nu_1+i)+\nu_2+(\lambda-i)+1},$$

par x^j, j désignant un entier, positif ou nul, au plus égal à $\lambda - i$; on obtient

$$S_1 Y_1 x^j + S_2 Y_2 x^j = S x^{(\nu_1+i+j)+(\nu_2+j)+(\lambda-i-j)+1},$$

qui montre que le couple de polynomes Y_1, Y_2 correspond aux points

$$(\nu_1 + i + j, \nu_2 + j) \qquad [j = 0, 1, 2, \ldots, (\lambda - i)].$$

» Il est ainsi démontré que *le couple* $Y_1 Y_2$ *de polynomes correspond à tous les points*

$$\begin{matrix} (\nu_1 + i + j, \ \nu_2 + j) \\ (\nu_1 + j, \quad \nu_2 + i + j) \end{matrix} \qquad \begin{bmatrix} i = 0, 1, 2, \ldots, \lambda \\ j = 0, 1, 2, \ldots, (\lambda - i) \end{bmatrix}.$$

» Ces points sont ceux du carré dont les côtés ont pour équations

$$x = \nu_1, \qquad x = \nu_1 + \lambda, \qquad y = \nu_2, \qquad y = \nu_2 + \lambda.$$

» *Les mêmes polynomes ne peuvent correspondre à aucun autre point.* Si, en effet, ils correspondent au point (μ_1, μ_2), c'est que l'on a une relation telle que (1), X_1 et X_2 désignant les produits, de degrés au plus égaux à μ_1, μ_2, de Y_1 et Y_2 par un même polynome Z. Le degré de Z est donc au moins égal à

$$\mu_1 + \mu_2 + 1 - (\nu_1 + \nu_2 + \lambda + 1) = (\mu_1 - \nu_1) + (\mu_2 - \nu_2) - \lambda.$$

» Supposons que l'un au moins des nombres $\mu_1 - \nu_1$, $\mu_2 - \nu_2$ soit plus grand que λ; soit, par exemple, $\mu_2 - \nu_2 - \lambda > 0$; alors le degré de Z est supérieur à $\mu_1 - \nu_1$ et le produit ZY_1 ou X_1 est de degré supérieur à μ_1, ce

qui est contradictoire. Donc, on a nécessairement à la fois

$$\mu_1 \leqq \nu_1 + \lambda, \qquad \mu_2 \leqq \nu_2 + \lambda.$$

» D'ailleurs, μ_1 et μ_2 sont évidemment au moins égaux à ν_1 et ν_2, ce qui établit la proposition.

» L'existence d'un théorème analogue pour le cas de plus de deux séries S semble des plus vraisemblables, encore que la démonstration de la proposition qui nous a servi de point de départ ne s'aperçoive pas alors aisément.

» II. La démonstration pourrait encore se faire au moyen du théorème suivant :

» *Pour obtenir les réduites de la fonction* $\frac{S_1}{S_2}(x)$, *dont les points représentatifs sont sur la droite* $y - x = \alpha$, α *désignant un entier quelconque, on considère la série* $z^\alpha \frac{S_1}{S_2}\left(\frac{1}{z}\right)$, *et on la développe en fraction continue de la forme*

$$a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \ldots}}$$

comme il est usuel pour les séries procédant suivant les puissances descendantes de la variable. Les réduites successives de cette fraction, multipliées par $z^{-\alpha}$, *donnent, en remplaçant* z *par* $\frac{1}{x}$, *la suite considérée de réduites.*

» A ce point de vue, l'existence d'une réduite correspondant à plusieurs points de la droite, est liée à l'existence d'un quotient incomplet de degré supérieur à l'unité ; et ce degré donne exactement le nombre de points de la droite auxquels correspond la réduite.

» Ce théorème, qui rattache la théorie des réduites correspondant à une fonction *unique* $\frac{S_1}{S_2}(x)$ aux développements, en fractions continues de la forme indiquée, d'un *nombre illimité* de fonctions différentes $z^\alpha \frac{S_1}{S_2}\left(\frac{1}{z}\right)$, ouvre la voie à la généralisation des nombreuses propriétés connues des réduites des fractions continues de cette nature. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la réduction d'un problème algébrique.* Note de M. J. PRASZYCKI, présentée par M. Appell.

« Dans les *Comptes rendus* du 5 mars 1894, M. Goursat a montré que la solution d'une question intéressante du calcul intégral (pour plus de détails *voir* APPELL et GOURSAT, *Théorie des fonctions algébriques*) se ramène au problème qui peut être énoncé comme il suit :

» Étant donnés sur une courbe algébrique $F(x, y) = 0$, de genre p, $2q$ points [1]

$$(a_1, b_1), \ldots, (a_q, b_q); \quad (\alpha_1, \beta_1), \ldots, (\alpha_q, \beta_q),$$

existe-t-il une fonction rationnelle $\varphi(x, y)$ et un nombre entier positif m tels que φ reste partout finie et différente de zéro, sauf aux points (a, b) qui soient des zéros d'ordre m et aux points (α, β) qui soient des pôles d'ordre m? C'est sur ce problème que je vais présenter quelques réflexions.

» Rappelons-nous qu'en cherchant à résoudre le problème énoncé, on pourrait procéder par des essais en supposant successivement $m = 1, 2, \ldots$. Or, si l'on voulait appliquer ce procédé sans y apporter de perfectionnements convenables, on aurait à refaire toutes les opérations pour chaque nouvelle valeur de m et, en même temps, l'ordre de la fonction examinée augmenterait de plus en plus. Cet inconvénient, pour la plus simple supposition concernant les points donnés, fut levé par Abel, au moyen des fractions continues, pour le cas de y égal à la racine carrée d'un polynome, et par Tchebychef pour celui de la racine cubique (*Œuvres*, t. I, Mémoire 24). Dans la Note présente, je me propose d'indiquer sommairement comment on peut étendre ces résultats particuliers au cas général du problème.

» Considérons d'abord la suite

$$\psi_1, \psi_2, \ldots,$$

où $\psi_m(x, y)$ désigne une fonction rationnelle (quelconque) du plus petit ordre possible admettant, entre autres, q points (a, b) comme zéros

---

[1] Si l'on veut, le nombre q peut être supposé $\leq p$. Quant aux points (a, b) il n'est pas nécessaire de les supposer distincts; il en est de même des points (α, β).

d'ordre m et q points (α, β) comme pôles d'ordre m. Il est évident que si le problème posé a une solution φ, cette fonction φ se trouvera nécessairement parmi les termes de la suite; on en conclut que le problème en question peut être ramené à la recherche des fonctions ψ.

» Cela posé, nous allons montrer que cette recherche, à son tour, peut être remplacée par celle de fonctions plus simples.

» Soit $\theta_1(x, y)$ une fonction rationnelle (quelconque) du plus petit ordre possible admettant q points (a, b) comme zéros simples et q points (α, β) comme pôles simples et soient respectivement (c'_1, d'_1), (c'_2, d'_2), ... et (γ'_1, δ'_1), (γ'_2, δ'_2), ... les zéros et les pôles simples supplémentaires de cette fonction ([1]); soit, de même, θ_2 une fonction rationnelle du plus petit ordre possible admettant les points (a, b) et (γ', δ') comme zéros simples et les points (α, β) et (c', d') comme pôles simples et soient (c''_1, d''_1), ... et (γ''_1, δ''_1), ... les zéros et les pôles simples supplémentaires de cette fonction; soit θ_3 une fonction du plus petit ordre possible admettant les zéros simples (a, b) et (γ'', δ'') et les pôles simples (α, β) et (c'', d''); .... On a ainsi une suite de fonctions

$$\theta_1, \quad \theta_2, \quad \ldots,$$

qui jouissent de propriétés importantes.

» L'ordre de la fonction θ est tout au plus égal au nombre fixe $q + 2p$. A l'aide des fonctions θ, par la formule

$$\psi_m = \theta_1 \theta_2 \ldots \theta_m,$$

on peut calculer toutes les fonctions ψ et en particulier la fonction φ, si elle existe. En même temps, nous avons la proposition suivante analogue à celle d'Abel sur la périodicité de la fraction continue :

» Pour que le problème énoncé ait une solution φ, il faut et il suffit que la suite

$$\theta_1, \quad \theta_2, \quad \ldots,$$

puisse être supposée périodique.

» *Remarque.* — Je ne m'occuperai pas ici du procédé propre à faciliter la

---

([1]) Le nombre des zéros supplémentaires, ainsi que celui des pôles, ne surpasse pas p. Il peut se faire que quelques-uns des points (c', d') et (γ', δ') viennent se confondre respectivement avec des points (α, β) et (a, b); cette circonstance ne nuira pas à notre but, quoique la fonction trouvée ne satisfera pas, à proprement parler, à toutes les conditions requises.

détermination des fonctions θ; en tout cas, on voit bien qu'elles s'obtiendront par des opérations connues; je ne m'arrêterai pas non plus au cas assez général où le problème lui-même peut être simplifié, ni à celui plus particulier où l'on a des résultats proches de ceux d'Abel. Je ferai seulement remarquer qu'il est quelquefois préférable de modifier l'idée de la réduction exposée. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Détermination d'invariants attachés au groupe* G_{168} *de M. Klein.* Note de M. A. **Boulanger**, présentée par M. Appell.

« L'intégration algébrique des équations différentielles linéaires et homogènes du troisième ordre (E) à coefficients rationnels et des systèmes (S)

$$\left.\begin{aligned} r &= a_1 p + a_2 q + a_3 z \\ s &= b_1 p + b_2 q + b_3 z \\ t &= c_1 p + c_2 q + c_3 z \end{aligned}\right\} \text{(Notations de Monge)}$$

dont l'intégrale dépend linéairement de trois constantes arbitraires et dont les coefficients sont rationnels en x, y, peut être regardée comme une question parfaitement résolue, une fois calculés, pour chaque groupe discontinu fini de transformations homographiques, quatre invariants différentiels fondamentaux, I, J, M, N, analogues à l'invariant schwarzien. Ces invariants, signalés par M. Painlevé (*Comptes rendus*, 1887), sont définis par les relations

$$I\nabla = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\frac{\partial u}{\partial x},$$

$$3M\nabla = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\frac{\partial u}{\partial y} + 2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial^2 v}{\partial x\partial y}\frac{\partial u}{\partial x}\right),$$

où

$$\nabla = \frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial y},$$

et où u, v sont les variables de la transformation, x, y les fonctions fondamentales invariantes attachées au groupe considéré. J et N se déduisent de I et de M en permutant à la fois (u, v) et (x, y). Les quatre fonctions I, J, M, N, considérées comme fonctions de u et v, sont rationnelles en (u, v) et invariantes par les substitutions du groupe; ce sont, par suite,

des fonctions rationnelles de x et de y. J'en ai donné précédemment le calcul explicite dans le cas du groupe G_{216} de Hesse (*Journal de l'École Polytechnique,* 2ᵉ série, Cahier nº 4), et j'en ai, en même temps, développé les applications. Je me propose de donner ici les résultats relatifs au groupe G_{168} de M. Klein.

» En dehors de leur utilité dans le problème indiqué plus haut, ces invariants se présentent dans d'autres questions (notamment en Géométrie projective); leur détermination peut donc offrir quelque intérêt.

» Le groupe de M. Klein est formé de 168 substitutions dérivées de 3 substitutions fondamentales

$$\left.\begin{array}{l|l|l} u' = v & \varepsilon u & \alpha u + \beta v + \gamma w \\ v' = w & \varepsilon^4 v & \beta u + \gamma v + \alpha w \\ w' = u & \varepsilon^2 w & \gamma u + \alpha v + \beta w \end{array}\right\} \qquad \text{où} \qquad \varepsilon = e^{\frac{2\pi i}{7}},$$

$$\alpha = \frac{\varepsilon^5 - \varepsilon^2}{\sqrt{-7}}, \qquad \beta = \frac{\varepsilon^3 - \varepsilon^4}{\sqrt{-7}}, \qquad \gamma = \frac{\varepsilon^6 - \varepsilon}{\sqrt{-7}}.$$

» Soit

$$A = u^3 v + v^3 w + w^3 u;$$

désignons par B le hessien de la forme A et par C le hessien de A bordé des dérivées de B. Les fonctions fondamentales invariantes sont

$$x = \frac{B^2}{A^3}, \qquad y = \frac{C}{A^2 B},$$

en faisant $w = 1$. Posons

$$2H(x, y) = 49 \left\{ \begin{array}{l} xy^3 - 88xy^2 + 1008x^2y + 1088xy - 256y \\ \quad + 1728x^3 - 60032x^2 + 22016x - 2048 \end{array} \right\}$$

» On trouve pour ce groupe

$$J = \frac{x}{H(x, y)} \left\{ 81x^3 - 3xy + 520x - 80 \right\}$$

$$3N = -\frac{1}{H(x, y)} \left\{ \begin{array}{l} \quad 15y^2x + 162x^2y - 3146xy + 120y \\ - 7700x^2 - 26320x - 5544 \end{array} \right\}$$

$$3M = -\frac{1}{xH(x, y)} \left\{ \begin{array}{l} \quad 24xy^3 + 108x^2y^2 - 3258xy^2 - 60y^2 \\ + 111yx^2 + 12759xy - 8261y \\ - 532943x^2 + 384882x - 51047 \end{array} \right\}$$

$$I = \frac{1}{x^2 H(x, y)} \left\{ \begin{array}{l} \quad 3xy^4 + 24x^2y^3 - 357xy^3 + 10y^3 \\ + 86691x^2y^2 + 9299xy^2 - 544y^2 \\ + 80235x^3y + 1810251x^2y + 298689xy - 10841y \\ + 741086x^3 + 5096436x^2 + 2212558x + 72664. \end{array} \right\}$$

» Le système canonique attaché au groupe de M. Klein :

$$\begin{cases} r = \quad \mathrm{M}p + \mathrm{I}q + \left[2(\mathrm{M}^2 + \mathrm{I}\,\mathrm{N}) - \dfrac{\partial \mathrm{M}}{\partial x} + \dfrac{\partial \mathrm{I}}{\partial y}\right]z, \\ s = -\mathrm{N}p - \mathrm{M}q + \left[\quad \mathrm{IJ} - \mathrm{MN} \quad + \dfrac{\partial \mathrm{M}}{\partial y} + \dfrac{\partial \mathrm{N}}{\partial x}\right]z, \\ t = -\ \mathrm{J}p + \mathrm{N}q + \left[2(\mathrm{N}^2 + \mathrm{JM}) - \dfrac{\partial \mathrm{N}}{\partial y} + \dfrac{\partial \mathrm{J}}{\partial x}\right]z, \end{cases}$$

intégrable algébriquement, a pour intégrale générale la famille de surfaces de degré $3 \times 168 = 504$, définies par les équations

$$\mathrm{A}^3 x - \mathrm{B}^2 = 0, \qquad \mathrm{A}^2 \mathrm{B} y - \mathrm{C} = 0,$$
$$\mathrm{A}^6 z^3 - (\alpha u + \beta v + \gamma)^3 \mathrm{K} = 0;$$

A, B, C sont les fonctions définies plus haut; K est le jacobien de A, B, C; α, β, γ sont trois constantes arbitraires ($w = 1$).

» Le système (S) le plus général, intégrable algébriquement et dont le groupe est celui de M. Klein, se déduira du système canonique par le changement de variables et de fonction :

$$x = \mathrm{P}(\xi, \eta); \qquad y = \mathrm{Q}(\xi, \eta); \qquad z = \sqrt[n]{\chi(\xi, \eta)}\,\zeta,$$

P, Q, χ étant trois fonctions rationnelles arbitraires de ξ et de η, et n un entier quelconque.

» Cette Note est le résumé d'un Mémoire qui paraîtra prochainement dans le *Journal de l'École Polytechnique*. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Champs de vecteur et champs de force. Action réciproque des masses scalaires et vectorielles. Énergie localisée.* Note de M. **André Broca**, présentée par M. A. Cornu.

« M. Vaschy a montré qu'on peut rendre compte d'un champ de vecteur quelconque au moyen : 1° de masses scalaires analogues aux masses de discontinuité et aux masses laplaciennes de l'électricité et du magnétisme; 2° de masses vectorielles, agissant comme les éléments de courant, et localisées là où le champ de vecteur ne dérive pas d'un potentiel. Dans une Note précédente, j'ai montré (*Comptes rendus*, t. CXXIX, p. 1016) que les secondes peuvent être remplacées par des feuillets des premières analogues aux feuillets magnétiques.

» D'après M. Vaschy, le champ de force est défini par le fait que le champ de vecteur de la forme $\psi = \Sigma \frac{M}{r^2}$ agit sur un certain corps A. Mais nous pouvons considérer un corps de grandeur différente de A, sur lequel l'action sera différente. Nous pourrons alors supposer que A est doué d'une certaine masse particulière μ, et que la force qui agit sur lui est de la forme $F = K \frac{M\mu}{r^2}$, K étant une constante de dimensions convenables.

» Nous allons démontrer la proposition suivante :

» *Dans un champ de force, deux masses de la nature de celles qui créent le champ sont soumises à une force réciproque, qu'elles soient scalaires ou vectorielles.*

» Ceci est une conséquence du principe de la conservation de l'énergie.

» Soit un corps A explorateur du champ. Quand il se déplace sous l'action de la force qui agit sur lui, il peut produire du travail ou acquérir de la force vive. Supposons qu'à un instant il soit maintenu fixe par un ressort. Produisons une perturbation du champ de vecteur, en changeant la distance de deux masses de M. Vaschy. Au moment où la perturbation arrivera sur le corps A, celui-ci produira un travail sur son ressort, si la perturbation a eu pour effet d'augmenter le champ. Le principe de la conservation de l'énergie exige que de l'énergie ait été dépensée pour la variation de distance des masses qui a produit la perturbation. Il faut donc que ces masses soient soumises à une action réciproque.

» Ce que je viens de dire s'applique textuellement si, au lieu d'avoir un corps A soumis à une force mécanique dans le champ de vecteur, on a au même point une transformation d'énergie quelconque.

» Nous voyons ainsi que si l'identité de nature entre la masse caractérisque du corps explorateur et celle des masses de M. Vaschy n'est pas nécessaire mathématiquement, elle est suffisante pour qu'il y ait un champ de force, s'il existe un corps A quelconque, ou un transport d'énergie quelconque.

» Nous avons des exemples connus de cette action réciproque pour les courants électriques et les tourbillons, qui sont des masses vectorielles caractérisées par la transformation de l'énergie électrique ou mécanique en chaleur là où elles existent. Si l'on veut réduire à une action élémentaire celle des masses vectorielles, on trouvera soit la loi d'Ampère, soit une des lois équivalentes qui en diffèrent par une différentielle exacte.

» Supposons maintenant un champ de vecteur quelconque, soumis à la

condition seulement qu'il puisse exister des corps convenables, dans lesquels le champ ne puisse se maintenir. On voit aisément que les masses de discontinuité ont alors une action mécanique réciproque.

» En effet, soit Σ la surface limite d'un pareil corps, elle peut être considérée comme engendrant le champ de vecteur par des masses scalaires de discontinuité. Appliquons à ces masses de tout point analogues aux masses électriques ou magnétiques le théorème $\int_S (lX + mY + nZ)\, d\omega = 4\pi M$, S étant une surface qui enveloppe Σ en en étant infiniment voisine; X, Y, Z, les composantes du vecteur sur l'élément $d\omega$ de S, M la masse totale répartie sur la surface Σ.

» Soit m la masse sur un élément de Σ. Elle est fonction de la discontinuité X_1 Y_1 Z_1 en ce point. Amenons en présence de Σ le corps Σ′ dont la surface possède des masses m dont la somme est μ. Nous allons changer en chaque point de Σ la valeur de X_1 Y_1 Z_1, donc la valeur de m.

» Cependant, la valeur totale M n'aura pas changé, car la surface de Σ′ étant extérieure à celle de Σ, la valeur $\int_S (lX' + mY' + nZ')\, d\omega = 0$, si X′, Y′, Z′ sont les composantes dues à la discontinuité de Σ′. Nous voyons donc que, comme première approximation, la simple superposition des deux champs Σ et Σ′ ne modifiera pas la masse totale M répartie sur Σ, mais en modifiera la répartition. De même la présence de Σ modifiera la répartition sur Σ′, mais non la quantité de masse de discontinuité. Nous pouvons reprendre le raisonnement sur les nouvelles répartitions et nous arriverons par approximations successives au résultat final. C'est, en effet, la méthode de Murphy employée en Électricité.

» Nous exprimerons donc physiquement l'ensemble de ces faits, en disant que les masses qui couvraient Σ ont été soumises, de la part de celles de Σ′, à des forces qui les ont déplacées à la surface de Σ, sans changer leur valeur totale.

» Dans ces conditions, les corps eux-mêmes devront exercer l'un sur l'autre une action mécanique, tout en subissant des phénomènes analogues à l'induction.

» L'expérience vérifie ce nouveau point de vue pour les corps électrisés, les corps magnétisés, les corps flottant à la surface des liquides, les résonateurs acoustiques et les sphères pulsantes de Bjerknes. On prévoit aussi par d'autres considérations une poussée due aux radiations, trop petite pour avoir été mesurée.

» Supposons maintenant un champ de transport d'énergie, soit par régime variable, soit par régime permanent, et doué d'une vitesse finie de propagation. Produisons une perturbation en faisant mouvoir une masse de Vaschy. L'énergie mécanique ainsi dépensée modifiera le champ et sera l'origine de celle qui sera recueillie sur un récepteur placé en un point éloigné. Le principe de la conservation exîge que cette énergie ait existé constamment entre le moment de sa production et celui de sa réception. Il faut donc que la variation du champ de vecteur soit accompagnée d'un flux d'énergie, c'est-à-dire que le champ soit dû à de l'énergie localisée.

» *Conclusion.* — Quand, dans un champ vecteur, il y a une transformation d'énergie, soit en régime permanent, soit en régime variable, ou qu'il existe des corps de nature telle qu'ils ne laissent pas subsister le champ dans l'espace qu'ils occupent, les masses scalaires et vectorielles de M. Vaschy ont une action mécanique l'une sur l'autre et entre elles, de la même forme mathématique que les actions entre masses magnétiques et éléments de courant électrique.

» Quand un pareil champ est doué d'une vitesse de propagation finie pour une perturbation, sa production est due à de l'énergie localisée. »

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la distribution du potentiel dans un milieu hétérogène.* Note de M. **A.-A. Petrovsky**, présentée par M. Lippmann.

« J'ai l'honneur de présenter à l'Académie un résumé de quelques résultats de recherches mathématiques concernant les questions suivantes :

» I. Capacité d'un condensateur plan, sphérique ou cylindrique de deux surfaces métalliques, entre lesquelles se trouvent plusieurs couches de diélectriques différents.

» II. Distribution du potentiel autour d'une sphère métallique disposée au centre d'une autre sphère n'isolant qu'imparfaitement.

» III. Capacité de la sphère ci-mentionnée, mesurée par un des procédés employés ordinairement (c'est-à-dire au moyen de courants alternatifs).

» Maxwell, dans son célèbre *Traité d'Électricité et de Magnétisme*, t. I, a donné une formule qui exprime la capacité d'un condensateur plan contenant plusieurs couches diélectriques. En résolvant l'équation de Laplace

sous la forme qui lui a été donnée par Maxwell, c'est-à-dire

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K\frac{\partial V}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(K\frac{\partial V}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(K\frac{\partial V}{\partial z}\right)=0,$$

transformée en coordonnées sphériques ou cylindriques, j'ai obtenu, pour la capacité d'un condensateur, avec n couches diélectriques, les formules suivantes :

» *a*. Condensateur plan : toutes les couches sont séparées par des surfaces planes perpendiculaires à l'axe des Z :

$$(1)\qquad C_p=\frac{S}{4\pi\sum_{i=1}^{i=n}\frac{d_i}{K_i}},$$

où S représente la surface d'une plaque; d_i et K_i sont respectivement l'épaisseur et le pouvoir inducteur spécifique du diélectrique qui forme la couche numéro i.

» *b*. Condensateur sphérique : toutes les couches sont des surfaces sphériques concentriques :

$$(2)\qquad C_s=\frac{1}{\sum_{i=1}^{i=n}\frac{1}{K_i}\left(\frac{1}{r_{i-1}}-\frac{1}{r_i}\right)},$$

où r est le rayon de la sphère qui doit séparer la couche numéro i de la couche numéro $i+1$.

» *c*. Condensateur cylindrique : toutes les couches sont séparées par des surfaces cylindriques coaxiales :

$$(3)\qquad C_c=\frac{l}{2\sum_{i=1}^{i=n}\frac{1}{K_i}\log\frac{\rho_i}{\rho_{i-1}}},$$

où l est la longueur du cylindre, ρ_i est le rayon extérieur de la couche numéro i.

» On peut déduire de la formule (2) une autre expression très intéressante pour la capacité d'une sphère de rayon r_0 entourée d'une sphère diélectrique de rayon r_1.

» En désignant par C la capacité de la sphère indiquée (r_0), nous obte-

nons C par la formule suivante :

$$C = \frac{1}{\frac{1}{K}\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}\right) + \frac{1}{r_1}}. \tag{4}$$

» Le problème (2) nécessite la solution de la question suivante :

» Une sphère conductrice de rayon r_0 plongée dans une autre sphère de rayon r_1, formée par un isolateur imparfait, est liée par un fil métallique à une source de potentiel électrique. Celui-ci peut être une fonction quelconque du temps $|V|_{r=r_0} = F(t)$ et tout le système peut avoir au moment initial une distribution de potentiel $|V|_{t=0} = F(r)$. On demande de trouver la distribution de potentiel à chaque moment et dans tous les points de l'espace.

» En désignant par K et k le pouvoir inducteur et la conductibilité spécifique, on trouve

$$\left\{\begin{aligned} &\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(Kr^2\frac{\partial V}{\partial r}\right) = -4\pi\rho, \\ &\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2\frac{\partial V}{\partial r}\right) = \frac{\partial\rho}{\partial t} \end{aligned}\right. \tag{5}$$

(V est le potentiel, ρ la densité de volume).

» En intégrant les formules précédentes, on obtient finalement

$$\left\{\begin{aligned} |V|_r = {} & F(t)\,c\left[\frac{1}{K}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right) + \frac{1}{r_1}\right] + Me^{-\alpha t} \\ & + \frac{\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r}}{Kr_1}\,ac^2 e^{-\frac{act}{r_1}} \int_0^t e^{\frac{act}{r_1}} F(t)\,dt \end{aligned}\right. \tag{6}$$

$\left[a \text{ représente le facteur } \frac{4\pi k}{K}, c \text{ est l'expression } (4)\right]$.

» Cette formule donne le potentiel dans un point intérieur à la sphère r_1. Pour un point extérieur à cette sphère, nous avons

$$|V|_R = \frac{1}{R}\left[cF(t) + Ne^{-\beta t} + \frac{ac(r_1 - c)}{r_1^2} e^{-\frac{act}{r_1}} \int_0^t e^{\frac{act}{r_1}} F(t)\,dt\right]. \tag{7}$$

» Chacun des termes constituant ces formules a un sens physique déterminé.

» Le premier n'est rien d'autre que la valeur du potentiel électrique excité au point donné par la charge qui se trouve à ce moment sur la sur-

face de la sphère intérieure (comme si la seconde sphère n'était point conductrice, mais conservait le pouvoir inducteur K).

» Le second terme n'est qu'une dénomination courte d'une série de termes. Le caractère commun de ceux-là est tel qu'ils dépendent des conditions initiales et s'annulent pour $T = \infty$.

» Il reste le troisième terme qui présente naturellement la valeur du potentiel électrique, provenant des charges qui ont pénétré dans la sphère extérieure. »

PHYSIQUE. — *Sur le covolume dans l'équation caractéristique des fluides.* Note de M. **Daniel Berthelot**, présentée par M. H. Becquerel.

« La plupart des physiciens admettent que l'équation caractéristique des fluides est de la forme $(p + P)(v - b) = RT$, c'est-à-dire qu'à la pression externe p, il faut ajouter la pression interne P due à l'attraction des molécules, et que, du volume apparent v du fluide, il faut retrancher un terme b appelé *covolume*, qui est égal au volume des molécules ou qui, tout au moins, en dépend immédiatement.

» Cette forme proposée par Hirn pour des raisons en quelque sorte intuitives, représente bien l'ensemble des phénomènes. Toutefois, les théoriciens n'ont pu arriver à mettre en évidence le covolume comme l'expérience semble l'imposer. Van der Waals, Lorentz, Korteweg, Tait ne l'introduisent que comme approximation.

» Les théories cinétiques ([1]) aboutissent à des équations de forme

$$p + \frac{a}{v^2} = \frac{RT}{v}\left(1 + \frac{b}{v} + \alpha_1 \frac{b^2}{v^2} + \alpha_2 \frac{b^3}{v^3} + \ldots\right). \tag{1}$$

» Si $\frac{b}{v}$ est petit, on peut négliger les puissances supérieures à la première et remplacer $1 + \frac{b}{v}$ par $1 : \left(1 - \frac{b}{v}\right)$, ce qui donne l'équation de Van der Waals :

$$p + \frac{a}{v^2} = \frac{RT}{v - b}. \tag{2}$$

» D'après cela, l'équation (1) serait rigoureuse et l'équation (2) approximative. L'expérience conduit à une conclusion opposée.

» Quand la pression est faible, v est grand, $b : v$ est petit, l'approximation est légitime et l'équation (1) ne doit pas donner de résultats très différents de celle de Van der Waals. Or j'ai montré, dans ma dernière Note, que c'est dans ce cas que cette dernière représente le plus mal les faits et que, les constantes étant déterminées par

---

([1]) Voir, en particulier, Lorentz, *Wied. Ann.*, t. XII; 1881.

les coordonnées du point critique, l'équation donne, sur l'isotherme critique au voisinage de la pression atmosphérique, des volumes inférieurs de 30 pour 100 aux volumes observés. Selon MM. Boltzmann et Jæger [1], dont les calculs s'accordent sur ce point avec ceux de Clausius, $\alpha_1 = \frac{5}{8}$, ce qui conduit, en posant $\varpi = \frac{p}{p_c}$, $\theta = \frac{T}{T_c}$, $\upsilon = \frac{v}{v_c}$, à l'équation réduite

$$(3) \qquad \varpi = \frac{5,191}{\upsilon^2} = \frac{3\theta}{\upsilon}\left(1 + \frac{0,7303}{\upsilon} + \frac{0,3333}{\upsilon^2}\right).$$

Selon M. Van der Waals $\alpha_1 = \frac{15}{32}$, ce qui conduit à

$$(4) \qquad \varpi + \frac{5,530}{\upsilon^2} = \frac{3\theta}{\upsilon}\left(1 + \frac{0,8433}{\upsilon} + \frac{0,3333}{\upsilon^2}\right).$$

Ces équations donnent pour l'ordonnée à l'origine sur l'isotherme critique (en portant en ordonnées les produits $\varpi\upsilon$, en abcisses les pressions ϖ) la valeur 3, au lieu que l'équation de Van der Waals donne 2,667 et l'expérience 3,60. Les volumes gazeux calculés sont encore de 20 pour 100 inférieurs aux volumes observés. Si l'on prend les coefficients suivants, α_2 α_3, ... on trouve des valeurs comprises entre 3 et 2,667.

» Quand la pression est forte, $b:v$ cesse d'être assez petit pour qu'on puisse négliger les puissances supérieures à la première (il prend même dans le cas des liquides des valeurs voisines de 1). Il n'est plus permis de regarder les équations (1) et (2) comme équivalentes. Or, j'ai montré que c'est dans ce cas que l'équation (2) donne de bons résultats. Il est à prévoir que l'équation (1) en donnera de mauvais.

» La figure ci-jointe [2] permet de s'en rendre compte. On a porté en abscisses les pressions réduites ϖ, en ordonnées les volumes réduits υ. L'isotherme critique expérimental résulte des expériences de M. Amagat sur l'anhydride carbonique et l'éthylène. L'isotherme critique de Van der Waals ne présente avec lui que des différences de l'ordre de celles qu'on rencontre en essayant du superposer les isothermes réduits de deux corps différents, tels que l'éther et l'anhydride carbonique. Par contre, les isothermes critiques III et IV, calculés d'après les équations (3) et (4), et qui se confondent à l'échelle de la figure, donnent un résultat fort médiocre. Il en est de même de l'isotherme critique V qui résulte de l'équation

$$(5) \qquad \left(p + \frac{a}{v^2}\right)\left(v - \frac{b}{3}\right) = RT\left(1 + \frac{2}{3}\frac{b}{v} + \frac{7}{24}\frac{b^2}{v^2}\right),$$

dont M. Boltzmann a calculé les coefficients d'après la théorie cinétique pour améliorer la formule de Van der Waals (*Vorles. über Gastheorie*, t. II, p. 153; 1898).

» M. Van der Waals a proposé récemment une solution intermédiaire : il admet

---

(1) *Sitzb. der Akad. der Wiss. in Wien*, t. CV, II, A., p. 15 et 695; 1895.

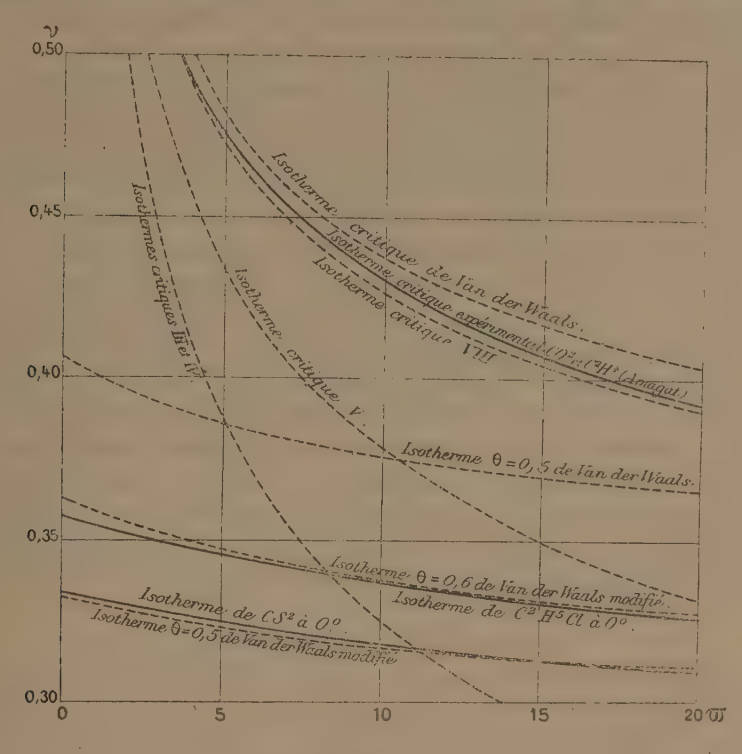
(2) Cette figure représente l'ensemble de l'état liquide, car, au-dessus de $\theta = 1$, les corps sont gazeux, et au-dessous de $\theta = 0,5$ la plupart deviennent solides.

l'équation (2) en regardant le covolume comme fonction du volume

$$b = b_\infty \left(1 - \beta_1 \frac{b_\infty}{v} + \beta_2 \frac{b_\infty^2}{v^2} - \ldots \right). \tag{6}$$

b_∞ étant la valeur du covolume qui répond à l'état gazeux parfait.

» Selon M. Van der Waals, $\beta_1 = \frac{17}{32}$; selon M. Boltzmann, $\beta_1 = \frac{3}{8}$. Quant au terme β_2 à la suite des calculs extrêmement longs de M. Van Laar, M. Van der Waals le fixe



à 0,0958, M. Boltzmann à 0,0369 (*Akad. van Wet. te Amsterdam*, t. I, p. 273, 398, 468; 1899). Les coefficients de M. Van der Waals donnent

$$\left(\varpi + \frac{1,351}{v^2} \right) \left[v - 2,01 \left(1 - \frac{1,0677}{v} + \frac{0,3870}{v^2} \right) \right] = 0,841\,\theta. \tag{7}$$

» Cette équation amène pour les deux portions de l'isotherme critique à des conclusions inadmissibles : à savoir qu'entre la pression atmosphérique et la pression critique, le gaz serait, à la température critique, moins compressible que ne l'indique la loi de Mariotte; et que les plus fortes pressions ne pourraient amener son volume au-dessous des six dixièmes environ du volume critique, tandis que l'expérience montre qu'on l'amène au voisinage du tiers de ce volume.

» Comme la formule (6) représente un développement en série dont on n'a pris que les premiers termes, ces résultats prouvent seulement que l'introduction des deux premiers termes correctifs dans le covolume n'est pas avantageuse. Ce qui a été dit

plus haut rend d'ailleurs douteux qu'un calcul plus complet fondé sur la théorie cinétique puisse conduire à des résultats satisfaisants au point de vue expérimental.

» Remarquons en passant qu'il est certaines formes de covolume variable qui mènent à des calculs plus simples et à des résultats moins paradoxaux. Si l'on pose

$$b = b_\infty : \left(1 + \frac{b_\infty}{5v}\right), \tag{8}$$

l'équation caractéristique reste du troisième degré, l'ordonnée à l'origine est égale à 2,69 et l'isotherme critique calculé (isotherme VIII de la figure) suit l'isotherme expérimental d'un peu plus près que ne fait celui de Van der Waals.

» Si maintenant nous n'envisageons plus seulement l'isotherme critique, mais l'ensemble d'un réseau, nous remarquons qu'au delà du minimum de pv tous les isothermes prennent la forme quasi rectiligne que l'équation de Van der Waals représente bien. On peut donc espérer arriver à représenter ainsi toute la région du plan extérieure à la parabole des ordonnées minima de M. Amagat (gaz à une température très supérieure à leur point critique, gaz fortement comprimés, liquides).

» Je me bornerai ici à l'état liquide qui est le plus intéressant. L'équation même de Van der Waals donne de mauvais résultats. L'isotherme réduit $\theta = 0,5$ (voir la figure) est bien au-dessus de l'isotherme expérimental correspondant qui est fourni par les expériences de M. Amagat sur le sulfure de carbone à 0°. Toutefois la forme générale des courbes étant la même, j'ai pensé qu'il suffirait pour les améliorer de regarder le covolume comme fonction de la température. MM. de Heen et Dwelshauser-Dery ont déjà fait une remarque analogue au moment où M. Amagat a publié le réseau de l'anhydride carbonique (*Bulletin de l'Académie de Bruxelles,* 1894). Soient b_T le covolume à T, b_c sa valeur à la température critique, l'examen des portions quasi rectilignes des isothermes de l'anhydride carbonique m'a conduit à poser

$$b_T = b_c\left[1 + 0,3\left(\frac{T}{T_c} - 1\right)\right], \tag{9}$$

ce qui mène à l'équation réduite

$$\left(\varpi + \frac{3}{v^2}\right)(3v - 0,7 - 0,3\theta) = 8\theta, \tag{10}$$

qui, si la loi des états correspondants est exacte, doit convenir pour d'autres corps. La figure fait voir, en effet, que les isothermes $\theta = 0,500$ et $\theta = 0,600$ sont fort voisins des isothermes du sulfure de carbone à 0° et du chlorure d'éthyle à 0° qui leur répondent.

» On peut conclure de là que : *l'équation de Van der Waals, si l'on regarde le covolume comme fonction de la température, représente bien l'ensemble de l'état liquide et permet de traiter numériquement les problèmes qui s'y rapportent.* J'en donnerai prochainement quelques exemples. »

ACOUSTIQUE. — *Sur le mécanisme de l'audition des sons.* Note de M. **Firmin Larroque**, présentée par M. A. Cornu.

« Je me suis proposé d'étudier les facultés de l'oreille au point de vue de la réceptivité du son musical. Faisant d'abord abstraction de tout système musical, j'ai porté indistinctement mon attention sur tous les termes de la série continue des périodes vibratoires perceptibles tels qu'on les obtient en faisant varier insensiblement la tension ou la longueur des cordes vibrantes ou la longueur des tuyaux. J'ai employé principalement des cordes excitées par l'archet et tendues par un poids variable consistant en un récipient métallique préalablement rempli d'eau et se vidant régulièrement par un étroit siphon de caoutchouc.

» Afin de bien déterminer les parts respectives que prennent les oreilles, et spécialement les organes de Corti considérés comme étant des vibrateurs par contractilité à tension variable, et le cerveau, dans l'audition des sons, je me suis livré à une étude de ce phénomène dans des conditions spéciales consistant à soumettre respectivement, au moyen de tubes acoustiques de longueur appropriée, les deux oreilles à l'influence d'un seul et même son ou de deux sons différents provenant de sources distinctes. J'évitais soigneusement la transmission des sons par toute autre voie que celle des tubes, et, pour que la boîte cranienne ne prît aucune part au mouvement vibratoire, je n'employais que des sons de faible intensité. Enfin, pour obvier aux bruits de frottements ou de pulsations, j'interposais une épaisseur suffisante de matière grasse entre les évasements des tubes acoustiques et mes conques auditives. Cette étude a donné les résultats suivants :

» 1° Pour un même son simple, que les phases des ondes soient ou ne soient pas concordantes, le centre de la perception accuse deux impressions transmises qui se juxtaposent. Il n'y a dans aucun cas interférence.

» 2° Dans le cas de deux sons simples ou complexes (fondamental et harmoniques) le centre de la perception accuse deux impressions simples ou complexes transmises et juxtaposées, comme dans les conditions normales de l'audition. Il n'y a ni battements, ni sons résultants, et la faculté d'apprécier les intervalles des sons paraît être la même que dans les conditions normales de l'audition.

» D'où résulte que les deux oreilles sont acoustiquement distinctes, et

que l'appréciation des intervalles des sons relève d'organes situés sur les confins cérébro-auditifs, servant probablement de connexions entre les organes de Corti et les corps mous qui semblent être les prolongements du système nerveux central, connexions coordonnées harmoniquement.

» 3° Dans le cours de mes études, j'ai découvert, à ma grande surprise, que mon oreille droite présente une lacune de sensibilité, entre mi_3 et fa_3, que j'attribue à la rupture accidentelle de quelques fibres de Corti. Les variations du poids tenseur indiquent que l'amplitude de cette lacune correspond à $\frac{2}{19}$ du demi-ton en question. Cette observation apporte une première confirmation à l'hypothèse d'après laquelle les organes de Corti sont des vibrateurs sériés, en même temps qu'elle ouvre une voie insoupçonnée à la vérification microscopique.

» 4° J'ai étudié par le même procédé la vibration nerveuse par excitation acoustique, et reconnu : que l'accoutumance élargit les limites de la rapidité vibratoire des neurones; que le nombre des vibrations nettement dissociées est maximum pour des notes musicales *perlées* et très peu intenses en progression diatonique (capacité personnelle, 17 par seconde dans le médium), s'abaisse lorsque les notes sont graves, suraiguës ou liées, ou que leur progression n'est pas diatonique (nombres variables); et enfin que l'intensité du son peut, lorsqu'elle devient grande, faire tomber à 1 et au-dessous le nombre vibratoire. »

PHYSIQUE. — *Les modifications permanentes des fils métalliques et la variation de leur résistance électrique* [1]. Note de M. **H. Chevallier**, présentée par M. J. Violle.

« Lorsqu'un fil métallique est soumis à des variations périodiques de température, sa résistance électrique varie d'une manière fort irrégulière.

» Soit R la résistance d'un fil à la température T_0; si on le chauffe à T_1 pour le ramener ensuite à T_0, on constate, en général, que la résistance prend, à T_0, une valeur R' différente de R.

» Le phénomène se manifeste très nettement avec les métaux et les alliages non écrouis; il est dû aux transformations allotropiques éprouvées par les fils qui se *trempent* ou se *recuisent*, ces modifications étant affectées d'hystérésis.

---

[1] Ce travail a été effectué au laboratoire de Physique expérimentale de la Faculté des Sciences de Bordeaux, dirigé par M. Gossart.

» L'alliage platine-argent du commerce (2 parties d'argent et 1 partie de platine) se prête admirablement à ce genre de recherches : il est inoxydable et la trempe du fil recuit augmente sa résistance d'environ 0,4 pour 100, quantité très mesurable.

» Nous avons entrepris sur cet alliage une étude systématique des variations de résistance et avons obtenu les résultats suivants :

» I. *Existence d'une limite.* — Lorsqu'on fait osciller un grand nombre de fois la température du fil entre T_0 et T_1, sa résistance R prend à T_0 des valeurs successives, R', R'', R''', ..., telles que $R'-R''$, $R''-R'''$, ... diminue de plus en plus, sans jamais s'annuler. La valeur de la résistance se rapproche ainsi de plus en plus d'une limite qui n'est jamais atteinte.

» On a effectué plusieurs séries de soixante-dix oscillations entre $T_0=15°$ et $T_1=150°$; la résistance a pris à T_0, après chaque série, les valeurs suivantes : $1^\omega,01509$, $1^\omega,01500$, $1^\omega,01493$, $1^\omega,01490$, $1^\omega,01488$, $1^\omega,01487$.

» On voit que la limite est pratiquement atteinte au bout d'un petit nombre d'oscillations de température. A partir de ce moment il faudrait effectuer un très grand nombre d'oscillations pour obtenir une nouvelle variation de R; ces variations extrêmement petites sont appelées *variations séculaires.*

» II. *Limite des limites.* — La limite ainsi obtenue n'est pas unique. Il suffit d'effectuer une *perturbation* (¹) en portant le fil à une température T_2 supérieure à T_1, pour que de nouvelles oscillations entre T_0 et T_1 produisent une nouvelle limite différente de la première.

» En répétant plusieurs fois la même opération on obtient une série de limites de plus en plus rapprochées l'une de l'autre et qui tendent vers une nouvelle limite que l'on peut appeler *limite des limites* pour les oscillations T_0, T_1 et les perturbations T_2.

» Les chiffres suivants relatifs à $T_0=15°$, $T_1=150°$, $T_2=290°$, montrent l'existence de cette limite des limites : $1^\omega,00706$, $1^\omega,00809$, $1^\omega,00850$, $1^\omega,00875$, $1^\omega,00887$, $1^\omega,00895$, $1^\omega,00905$, $1^\omega,00907$, $1^\omega,00909$.

» Chaque perturbation a eu pour effet de tremper le fil et d'augmenter la résistance.

» III. *Déplacement de la limite des limites.* — La valeur de la limite des limites dépend de la température de perturbation T_2 :

Pour $T_2=290°$	on a	$R_l=1^\omega,00909$,
» $T'_2=230°$	»	$R_l=1^\omega,00903$.

» Si l'on cherche les limites des limites relatives aux températures de perturbation : 230°, 250°, 282°, 310°, 282°, 250°, 230°, 250°, 282°, 310°, et ainsi de suite, prises dans l'ordre où elles sont écrites, on trouve les chiffres suivants :

$\overset{\omega}{1},00903$, $\overset{\omega}{1},00903$, $\overset{\omega}{1},00914$, $\overset{\omega}{1},00927$, $\overset{\omega}{1}.00921$, $\overset{\omega}{1},00918$, $\overset{\omega}{1},00918$,
1,00918, 1,00925, 1,00937, 1,00931, 1,00930, 1,00930, 1,00930,
1,00934, 1,00942, 1,00937, 1,00935, 1,00935, 1,00935, 1,00938,
1,00944.

» Ces chiffres se rapprochent de plus en plus d'une limite des limites qui serait invariable pour toute perturbation ne dépassant pas $T_2=310°$.

(¹) Voir Marchis, *Les modifications permanentes du verre* (Thèse), p. 223.

» Parvenu à cette limite des limites le fil est insensible à l'action des températures inférieures à 310°. Ses variations par échauffement sont parfaitement réversibles et ne présentent plus d'hystérésis.

» Tous ces résultats sont entièrement d'accord avec les conclusions développées par M. Duhem dans sa théorie des déformations permanentes des corps solides ([1]). Ils sont analogues à ceux qui ont été obtenus expérimentalement par M. Marchis pour la dilatation du verre et par M. Lenoble pour la traction des fils métalliques. »

PHYSIQUE. — *Sur le phénomène de Hall et les courants thermomagnétiques.* Note de M. G. MOREAU, présentée par M. J. Violle.

« En 1886, Nernst et Ettingshausen ([2]) ont découvert qu'une plaque métallique mince disposée dans un champ magnétique, normalement aux lignes de force et traversée par un courant de chaleur, est le siège d'un courant électrique transversal normal aux lignes de force et à la direction du flux calorifique. Ils ont désigné la force électromotrice ainsi produite par le nom de *force électromotrice thermomagnétique*. En appelant H l'intensité du champ extérieur à la plaque, α la largeur de la plaque et $\frac{\Delta t}{\Delta x}$ la chute de température supposée positive, suivant une section de la plaque, Nernst a établi que pour les faibles champs on avait

$$(1)\qquad e = K\alpha H \frac{\Delta t}{\Delta x}.$$

K est un coefficient qui varie avec la nature de la plaque.

» Si J est le flux calorifique qui traverse une section de la plaque, la formule (1) s'écrit facilement

$$(2)\qquad e = \frac{K}{\varpi}\frac{HJ}{\varepsilon},$$

où ϖ est le coefficient de conductibilité de la plaque et ε son épaisseur. Si l'on substitue au flux de chaleur un courant électrique d'intensité I, la

([1]) Voir DUHEM, *Sur les déformations permanentes et l'hystérésis*; cinquième Mémoire (*Mémoires de l'Académie de Belgique*, in-4°, t. LVI).

([2]) ETTINGSHAUSEN et NERNST, *Wiedemann Annalen*; 1886.

force électromotrice de Hall produite est, pour les faibles champs,

(3) $$E = c\frac{H}{\varepsilon}I.$$

» De la comparaison des formules (2) et (3), il résulte que les deux forces électromotrices e et E suivent des lois analogues.

» Plusieurs auteurs, dont Riecke [1], ont cherché à expliquer les phénomènes thermomagnétiques. Leurs théories reposent sur des hypothèses plus ou moins nombreuses et quelquefois assez arbitraires. La présente Note a pour objet d'établir que ces phénomènes sont une conséquence immédiate de l'effet Hall.

» Soient, en effet, deux tranches voisines de la plaque mince traversée par le flux de chaleur. Elles sont distantes de Δx et présentent une différence de température Δt. En vertu de l'effet Thomson, il y a entre ces deux tranches une différence de potentiel ΔV et l'on a

$$\Delta V = \sigma \Delta t,$$

où σ est la chaleur spécifique d'électricité de la plaque. Cette dernière équation peut s'écrire

$$\frac{\Delta V}{\Delta x} = \sigma\frac{\Delta t}{\Delta x},$$

» La force électromotrice $\frac{\Delta V}{\Delta x}$, rapportée à l'unité de longueur, donnera, sous l'action du champ magnétique, une force électromotrice transversale due à l'effet Hall. C'est cette force électromotrice qui constitue la force électromotrice thermomagnétique qu'on peut évaluer.

» La formule (3) donne

(4) $$E = \frac{c}{\rho}H\alpha W,$$

où W est la force électromotrice du courant primaire I par unité de longueur; ρ la résistance spécifique de la plaque. En y remplaçant W par $\frac{\Delta V}{\Delta x}$, il vient, pour l'effet thermomagnétique dû à l'effet Thomson,

$$e = \frac{c\sigma}{\rho}H\alpha\frac{\Delta t}{\Delta x}.$$

» En posant

(5) $$K = \frac{c\sigma}{\rho},$$

---

[1] Riecke, *Éclairage électrique*, t. XVIII.

on a

$$e = \mathrm{KH}\alpha \frac{\Delta t}{\Delta x},$$

c'est-à-dire la formule (1), établie expérimentalement par Nernst. En vertu de la formule (5), le signe de K, c'est-à-dire le sens de la force électromotrice thermomagnétique, sera défini par le signe du produit $c\sigma$, c'est-à-dire par le sens de l'effet Hall et de l'effet Thomson.

» Il est difficile de vérifier exactement l'interprétation précédente avec les résultats de Nernst [1], car il faudrait connaître les valeurs de σ et de ρ pour les différents corps étudiés, et l'on sait que ρ et surtout σ peuvent varier notablement d'un échantillon à l'autre d'un même corps suivant l'état moléculaire. Cependant, en prenant les nombres des recueils à données numériques, on arrive à une confirmation assez satisfaisante, ainsi que l'indique le Tableau ci-dessous.

» Dans la première et la dernière colonne j'ai réuni les nombres trouvés par Nernst à 20°, pour les coefficients C et K; le signe + indiquant que l'effet correspondant a le sens de l'action électromagnétique du champ sur le courant primaire de l'effet Hall. Dans la deuxième colonne se trouvent les valeurs de σ déduites des observations de Tait, Knott, Battelli, en admettant la loi de Tait sur la proportionnalité de la chaleur spécifique d'électricité à la température absolue. Dans la troisième colonne, les valeurs de résistance ρ, déduites des observations de Dewar, Righi, etc. Dans la quatrième, les valeurs de K calculées par la formule (5).

	C_{20}.	σ_{20}.	ρ_{20}.	K calculé.	K observé.
Bismuth........	−10,1	−1875	126582	+0,149	+0,196
Antimoine......	+ 0,192	+2074	44228	+0,0090	+0,0094
Nickel..........	− 0,024	−1482	13802	+0,0026	+0,0073
Cobalt.........	+ 0,0046	−4073	10675	−0,00175	+0,00154
Fer............	+ 0,0113	−1412	10153	−0,00156	−0,00156
Acier...........	+ 0,0175	− 952	26600	−0,00062	−0,00060
Cuivre.........	− 0,00052	+ 275	1686	−0,000084	−0,000073
Zinc...........	− 0,00041	+ 697	6211	−0,000046	−0,000054

» On voit que l'accord est assez satisfaisant, sauf pour le nickel et le cobalt. Pour ce dernier corps, le signe de l'effet déduit de la formule (5) n'est pas celui qui est observé. Pour le nickel, si l'accord des signes existe, l'écart entre les nombres est plus grand que pour les autres corps. De nouvelles recherches pour vérifier exactement la formule (5) étaient donc nécessaires. Pour quelques corps, j'ai déterminé sur le même échantillon les quatre coefficients C, σ, ρ, K. J'indiquerai dans une prochaine Communication les résultats de mes observations. »

---

[1] Nernst, *Annal. Wiedemann*, t. XXXI.

PHYSIQUE. — *Sur la décharge des corps électrisés et la formation de l'ozone* (1). Note de M. P. Villard, présentée par M. J. Violle.

« On admet généralement que le pouvoir d'égaliser les potentiels est une propriété constante des gaz de la flamme. Ce n'est pas toujours exact : si, par exemple, on dirige la flamme d'un petit bec Bunsen sur une toile métallique très serrée formant une cage de Faraday au sol, un conducteur chargé, placé dans cette cage à 4^{cm} de la toile, ne subit qu'une déperdition insignifiante, même si la toile atteint le rouge; la décharge est d'autant plus lente que les mailles sont plus petites, et il est manifeste qu'elle serait nulle si aucune ligne de force n'atteignait la flamme (2).

» Introduisons, au contraire, une flamme isolée dans un champ produit entre deux plateaux métalliques verticaux distants de 30^{cm} environ, reliés à des électroscopes, et portés l'un à un potentiel de 700 à 800 volts, l'autre au potentiel zéro; immédiatement le second se charge aux dépens du premier. Cependant, si l'air est calme, les gaz de la flamme n'atteignent pas les plateaux par diffusion ordinaire. Il importe d'ailleurs peu que la flamme soit près de l'un des plateaux ou au milieu de l'intervalle qui les sépare : l'interposition d'un courant d'air n'empêche pas non plus la décharge de se produire.

» Le phénomène précédent disparaît si l'on entoure la flamme par un cylindre de toile métallique qui laisse passer les gaz mais arrête les lignes de force.

» Une flamme placée dans un champ électrique agit ainsi comme le ferait un faisceau de rayons X coupant les lignes de force; les gaz produits par la combustion sont actifs comme l'air röntgenisé. En l'absence de tout champ électrique la flamme est inactive et les gaz qu'elle donne, transportés dans un champ, ne produisent aucune décharge.

» Pour analyser le phénomène il est préférable d'employer un corps solide incandescent (filament de lampe à incandescence, fil de platine, chauffés par un courant, ou tube de platine contenant un fil de platine isolé parcouru par un courant). On peut ainsi opérer dans le vide. Quand la pression est réduite à $\frac{1}{10}$ ou $\frac{1}{20}$ de millimètre, l'éga-

(1) Travail fait au Laboratoire de Chimie de l'École Normale supérieure.

(2) On ne pourrait cependant pas supprimer la force électromotrice propre de la flamme (4 daniells d'après M. Kollert; *Wied. Ann.*, t. XXI, p. 244).

lisation des potentiels entre un conducteur chargé et le corps incandescent devient presque instantanée, même à la distance de 40^{cm}; au vide de Crookes, la décharge se fait également à grande distance, mais le phénomène est plus simple : un conducteur ne se décharge que s'il est électrisé positivement; l'inverse a lieu pour le corps chaud. C'est la conséquence du fait, observé par Hittorf, qu'une cathode incandescente n'oppose qu'une résistance insignifiante au passage de l'électricité.

» Les phénomènes de déviation magnétique, d'attraction et de répulsion électrostatiques, la charge (négative) d'un cylindre de Faraday placé à l'intérieur d'une anode, comme dans l'expérience de M. J. Perrin (1), permettent de s'assurer que la décharge des conducteurs par une source incandescente, dans le vide, est bien due à l'action de rayons cathodiques. J'ai pu ainsi caractériser nettement des rayons correspondant à une chute de potentiel de 10 à 12 volts.

» Si la raréfaction est poussée très loin, la décharge ne se produit plus, au moins si l'on ne dépasse pas quelques centaines de volts : c'est l'analogue de ce qui se passe dans un tube de Crookes.

» Il est permis de supposer que dans l'air ordinaire les corps incandescents peuvent émettre des rayons cathodiques comparables à ceux de M. Lénard, mais de voltage très faible. La décharge des corps électrisés positivement ou négativement résulterait de la production de rayons analogues aux rayons X. On sait d'ailleurs que les rayons de Lénard provoquent la décharge de conducteurs placés à plus de 30^{cm} du lieu de formation des rayons cathodiques. Pour des raisons qui feront l'objet d'une autre Communication, il est tout à fait admissible que la formation des rayons cathodiques ne dépende pas de la pression.

» Si l'on remarque que les rayons de Lénard ozonisent rapidement l'air, l'hypothèse précédente expliquera la formation d'ozone au contact des flammes, des corps incandescents [Elster et Geitel (2)], des étincelles électriques, et aussi par l'oxydation du phosphore. M. Naccari (3) et MM. Elster et Geitel (*loc. cit.*) ont en effet signalé la conductibilité acquise par l'air au contact du phosphore. Celui-ci se comporte comme une flamme (ou une source de rayons X) pourvu qu'il soit phosphorescent.

» La décharge par la lumière ultra-violette se rattache également aux rayons cathodiques. Les expériences de M. Righi (4), par exemple, établissent que la convection photo-électrique se fait dans le vide comme celle de la matière radiante, qu'elle est amoindrie si les électrodes sont très rapprochées, facilitée par la présence d'un champ magnétique parallèle à la force. Ce sont là des caractères très nets de l'émission cathodique. En appliquant la méthode de M. J. Perrin, j'ai observé la charge d'un cylindre de Faraday au travers d'un trou fermé par une toile métallique fine, et placé à 20^{cm} de la cathode éclairée. Le voisinage d'un aimant supprimait l'arrivée de ces charges (la vitesse de décharge de la cathode restant la même).

---

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, 7e série, t. XI, p. 503; 1897.

(1) *Wied. Ann.*, t. XXXIX, p. 321; 1890.

(2) *Atti della R. Acc. d. Scienzia di Torino*, t. XXV; 1890.

(3) *Rendiconti della R. Acc. dei Lincei*, 3 août 1890.

» L'hypothèse cathodique ramène à une cause unique un certain nombre de phénomènes en apparence distincts :

» 1° Les phénomènes de décharge par les flammes, les corps incandescents et le phosphore;

» 2° Les radiations particulières produites par les étincelles électriques (rayons de décharge de M. E. Wiedemann), radiations qui d'après M. Hoffmann (*Wied. Ann.*, t. LX, p. 269; 1897) proviennent surtout de l'extrémité cathodique de l'étincelle;

» 3° La décharge par la lumière ultra-violette;

» 4° La production d'un courant entre le bout positif du filament d'une lampe à incandescence en activité et une électrode soudée dans la lampe (effet Edison);

» 5° La production de l'ozone par les flammes, par les corps incandescents, par l'arc électrique et les étincelles, par l'oxydation du phosphore à froid;

» 6° La production de l'ozone par le radium, observée par M. Demarçay et par M. et Mme Curie (1).

» Les récentes expériences faites simultanément par M. Giesel (2), MM. Meyer et Schweidler (3) et par M. Becquerel (4) établissent en effet que les rayons émis par le radium sont au moins voisins des rayons cathodiques. »

ÉLECTRICITÉ. — *Une méthode de mesure de la vitesse des rayons Röntgen.* Note de M. **Bernard Brunhes**, présentée par M. Mascart.

« Les méthodes classiques de la mesure de la vitesse de la lumière ne sauraient s'appliquer aux rayons X, qui ne se réfléchissent pas. J'ai songé à utiliser, pour cette mesure, la découverte, due à M. Swyngedauw, de l'action des rayons X sur les potentiels explosifs. La décharge d'une bobine d'induction illumine un tube de Crookes, dont les rayons viennent frapper deux excitateurs distincts, chacun en relation avec une machine électrostatique et avec une capacité. On peut tourner chacune des machines, de

---

(1) *Comptes rendus*, t. CXXIX, p. 823; 1899.
(2) *Wied. Ann.*, t. LIX, p. 834; 1899.
(3) *Acad. de Vienne*, 3 et 9 novembre 1899.
(4) *Comptes rendus*, t. CXXIX, p. 996; 1899.

telle sorte qu'une étincelle soit sur le point d'éclater à l'excitateur, au moment où il est frappé par les rayons Röntgen; les rayons abaissant légèrement le potentiel explosif statique déterminent l'étincelle. Si, en même temps, ils déterminent une étincelle à chacun des deux excitateurs, ces deux étincelles sont simultanées, mais d'une simultanéité qui n'est absolue qu'autant que les deux micromètres sont à égale distance de l'anticathode; si l'un des deux excitateurs est éloigné du tube, il pourra s'écouler, entre les deux étincelles synchronisées par les rayons X, le temps que mettent ces rayons pour franchir la distance des deux excitateurs. Cette distance ne pouvant dépasser pratiquement 1^{m}, ce temps sera prodigieusement court. Les belles expériences de MM. Abraham et Lemoine, récemment communiquées à la *Société française de Physique*, sur le phénomène de Kerr, prouvent que des temps aussi courts peuvent être accessibles à l'observation.

» Il suffira de charger le condensateur de Kerr par la décharge secondaire d'un système dont l'une des étincelles est l'étincelle de décharge primaire. L'autre étincelle servira de source de lumière.

» Les deux pôles d'une machine de Töppler à 20 plateaux sont reliés d'une part aux deux bouteilles de Leyde, dont les deux armatures externes, reliées entre elles par une résistance liquide, communiquent aux deux lames du condensateur de Kerr; elles communiquent en même temps aux deux boules d'un micromètre secondaire S qui ne joue aucun rôle direct dans l'expérience : il sert seulement à décharger le condensateur de Kerr.

» Si l'étincelle primaire P sert elle-même de source de lumière, on obtient le phénomène de Kerr très brillant. J'ai deux lames de zinc de 20^{cm} de longueur, de 4^{cm} de largeur, distantes de 4^{mm} à 5^{mm}, plongées dans du sulfure de carbone. Avant la cuve est un nicol polariseur; après la cuve, un analyseur biréfringent, suivi d'un nicol : c'est la *méthode photométrique*, employée par MM. Abraham et Lemoine. Suivant les distances explosives (de l'ordre de 1^{cm} à 2^{cm}), j'ai dû, pour obtenir l'égalité des images, donner au second nicol des rotations variant de 15° à 30°.

» Je vérifie que, en éloignant le micromètre primaire de 70^{cm} à 80^{cm}, je diminue d'un peu plus de $\frac{1}{3}$ la rotation. L'influence du temps perdu pour la propagation de la lumière est donc sensible.

» Je fais éclater maintenant au micromètre, placé devant le collimateur qui précède le polariseur, l'étincelle d'une machine de Voss : les deux pôles sont reliés, en outre, aux armatures de deux petites bouteilles de Leyde montées en cascade. C'est cette étincelle E qui servira d'étincelle

éclairante. Le micromètre P est complètement indépendant, et porté sur un support en bois, sur lequel je montre le tube de Crookes.

» Deux aides tournent les deux machines électriques, et les étincelles éclatent en P et en E. En général, il n'y a pas synchronisme. Il peut s'en produire si l'étincelle E se trouve provoquée par la lumière ultra-violette de P. On réalise le cas en faisant tourner beaucoup plus vite la machine de Töppler, de sorte qu'il y ait quatre ou cinq étincelles en P pour une en E. On arrive alors, par tâtonnements, à ce que presque toutes les étincelles en E soient synchrones d'une étincelle en P : on le reconnaît à l'apparition brillante d'une des deux images à l'analyseur.

» *On supprime absolument ce synchronisme en interposant un écran formé de plusieurs doubles de papier noir entre les deux étincelles.*

» Si, alors, on actionne le tube de Crookes par une bobine complètement indépendante des machines, et que les deux aides continuent à tourner les deux machines, de manière à leur faire donner à chacune une étincelle par trois ou quatre illuminations du tube de Crookes, on parvient à retrouver quelques étincelles E synchrones des étincelles P. L'expérience est très pénible. On a très peu d'étincelles synchrones; il arrive même que l'oreille indique synchronisme et que, néanmoins, la lumière ne reparaisse pas. Mais quelquefois, ce qui ne s'est jamais produit en l'absence des rayons X, on a une réapparition brillante de l'image dans le nicol. Cette réapparition suffit à marquer un synchronisme établi à quelques trois cent millionièmes de seconde près, qui ne saurait donc être dû au hasard, et qui ne peut être attribué qu'aux rayons Röntgen. Dans les essais que j'ai faits jusqu'ici, cette réapparition de lumière a été assez rare pour rendre extrêmement malaisée la mesure de l'azimut d'égalité des images.

» Cela posé, on éloigne tout d'une pièce le support qui porte le micromètre P et le tube de Crookes : les fils souples qui servent aux liaisons électriques se trouvent simplement tendus. On peut éloigner le support à près de 1^m, sans que les rayons X cessent d'avoir une action sensible sur l'étincelle E. Les synchronismes sont seulement un peu plus difficiles encore à obtenir que quand le tube de Crookes est tout près du micromètre E.

» *Il semble* que, dans ces conditions, on réduise la différence de phase de Kerr (mesurée par l'azimut qui rétablit l'égalité des images) à peu près dans le même rapport qu'on la réduit par l'éloignement de P, dans le cas où l'étincelle E est *synchronisée* par la lumière ultra-violette de l'étincelle P.

» Si cette conclusion était confirmée par les essais que je poursuis, il en résulterait que les rayons X se propageraient avec une vitesse finie, et de l'ordre de la vitesse de la lumière. »

OPTIQUE. — *Sur la nature de la lumière blanche et des rayons X.* Note de M. E. Carvallo, présentée par M. Lippmann.

« Dans une précédente Note, j'ai démontré que la lumière blanche, décomposable au réseau en spectres continus, n'est certainement pas due à une vibration amortie de la forme $e^{-kt} \sin ht$. Elle n'est pas non plus la somme de termes de même forme, en nombre limité et faible, tel que 10 ou 100. Ma démonstration prouve, en outre, combien peut devenir fausse cette conception que les intensités, dans le spectre, représentent, en quelque mesure, les intensités de la décomposition d'une perturbation déterminée de l'éther en série ou intégrale de Fourier.

» Dès lors, la question suivante se pose : Doit-on persister à regarder la lumière blanche comme produite par une perturbation de forme déterminée? Ne doit-on pas plutôt la considérer comme produite par une infinité ou mieux un nombre extraordinairement grand de vibrations sensiblement sinusoïdales et très diverses? Cela revient au même, dira-t-on : Si vous partez des composantes sinusoïdales, composez-les, vous aurez un mouvement quelconque; si vous partez du mouvement quelconque, décomposez-le, vous aurez les composantes sinusoïdales. Malgré son apparente rigueur, je ne puis admettre ce raisonnement trop simpliste, à cause du nombre immense de discontinuités que présentent les fonctions envisagées dans un intervalle de temps insensible, chaque point incandescent étant, presque à tout instant, le siège d'une perturbation brusquement naissante. Il y a là comme un chaos où semblent devoir échouer toutes les méthodes d'analyse, notamment ici les belles formules de Fourier.

» Ainsi la question posée doit bien être posée. Quelle est la réponse?

» L'effet des réseaux, toujours d'accord avec eux-mêmes et avec les prismes, pour donner à chaque couleur une intensité déterminée et constante pour une lumière donnée, sans que les diverses radiations influent les unes sur les autres par les différences de phase cohérentes qu'impliquent les formules de Fourier, sans qu'il se produise notamment des raies monochromatiques blanches, comme dans le cas d'une vibration amortie étudiée dans ma dernière Note, ces faits semblent déceler l'indépendance, l'indi-

vidualité propre de chaque radiation. Pour fixer les idées, considérons les deux composantes D_1 et D_2 du sodium. Si elles proviennent de la décomposition d'un mouvement unique et de forme invariable, elles doivent présenter à la naissance de chaque perturbation la même différence de phase. Dans ce cas, elles produiront des battements par leur interférence. Au contraire, si elles sont dues à deux vibrations qui naissent, d'une façon indépendante, du conflit d'éléments différents, aucun lien régulier n'existera entre les phases des deux composantes. L'effet de ce désordre sera de fournir une intensité uniforme, dénuée de battements.

» Certes l'expérience paraît difficile, les battements étant trop rapides pour la lenteur de notre œil; même avec l'aide d'un miroir tournant, elle paraît impossible pour les raies D_1 et D_2. Mais pour des raies plus voisines, le problème n'est peut-être pas insurmontable.

» Les idées que je viens d'examiner trouvent une application intéressante dans l'interprétation des rayons X et des rayons qui jouissent des mêmes propriétés fondamentales :

» Malgré l'échec de toutes les tentatives faites pour mettre en évidence la périodicité des rayons X, on persiste à vouloir qu'ils présentent un spectre de périodes trop courtes pour nos moyens d'observation. Par contre, il fut un temps où l'on refusait de voir des ondulations dans les phénomènes lumineux où la périodicité appparaissait partout. Jusqu'à preuve du contraire, n'est-il pas raisonnable d'admettre que les rayons X diffèrent de la lumière en ce que la lumière est due à une perturbation périodique, et les rayons X à une perturbation non périodique? Qu'il y ait une infinité de rayons X différents rien de plus naturel, la forme de la perturbation pouvant changer les propriétés de détail du rayon.

» Un fait semble justifier cette hypothèse : Les rayons X se propagent partout et toujours en ligne droite : Pas de réfraction, pas de diffraction. Or, il est démontré [1] que le front d'une perturbation quelconque de l'éther s'avance dans tous les milieux avec la vitesse de la lumière dans le vide et que la perturbation se déforme en se propageant. Il en est ainsi, même des perturbations périodiques; seulement, pour celles-ci, la pério-

---

[1] Poincaré, *Sur la propagation de l'électricité* (*Comptes rendus*, t. CXVII, p. 1027; 1893). — Émile Picard, *Sur l'équation... de la propagation de l'électricité* (*Comptes rendus*, t. CXVIII, p. 16; 1894). — Boussinesq, *Intégration de l'équation du son...* (*Comptes rendus*, t. CXVIII, p. 162 et 223; 1894). — E. Carvallo, *Intégration des équations de la lumière...* (*Comptes rendus*, t. CXIX, p. 1003; 1894).

dicité se rétablit en chaque point au bout d'un certain temps après que le front de l'onde a frappé ce point. De là le ralentissement apparent de la vitesse de propagation, de là la réfraction. Ces phénomènes sont dus à la seule périodicité. Les rayons X ne les présentent pas plus qu'aucun autre phénomène de périodicité. Dès lors, leur nature, c'est-à-dire la forme de la perturbation, doit s'altérer à mesure que ces rayons pénètrent dans les corps. De là les rayons secondaires si variés étudiés notamment par M. Sagnac. »

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Lois numériques des équilibres chimiques* (¹). Note de M. O. **Boudouard**, présentée par M. Troost.

« Sainte-Claire Deville avait assimilé les transformations chimiques aux transformations physiques, en faisant tomber la seule barrière qui semblait isoler l'un de l'autre ces deux ordres de phénomènes, en démontrant que la réversibilité dans les réactions chimiques, loin d'être l'exception, était la règle. Non seulement il avait démontré l'existence des faits, mais il avait cherché à mesurer le degré de décomposition, de dissociation, c'est-à-dire les rapports entre les termes du système en équilibre. Sans pouvoir arriver à une solution complète de cette question, il avait obtenu des conclusions approchées; et, en s'adressant à d'autres phénomènes, certains de ses élèves, Debray, Isambert, MM. Troost, Hautefeuille, Ditte, Lemoine, sont parvenus à formuler et établir des lois partielles importantes, et à poursuivre dans leurs détails un grand nombre de réactions limitées, comme l'avaient déjà fait M. Berthelot et Péan de Saint-Gilles pour l'éthérification.

» Au point de vue de la grandeur de la réaction, on remarque que, d'une façon générale, il doit exister une relation entre les différents facteurs de l'équilibre (température, force électromotrice, pression; état physique, nature chimique, condensation ou concentration). Cette relation est telle que chacun des facteurs est fonction et fonction continue des autres; elle est exactement connue en ce qui concerne les changements corrélatifs de pression et de température (*formule de Clapeyron*). Il existe de plus, à pression et température constantes, une certaine relation dans un mélange gazeux en équilibre entre les proportions des différents corps

(¹) Travail fait au Collège de France, laboratoire de M. H. Le Chatelier.

en présence (*expériences d'Isambert sur le sulfhydrate d'ammoniaque*).

» Appelant L la chaleur de réaction sous pression constante, T la température absolue, P la pression totale du mélange, $cc' \ldots c_1 c'_1 \ldots$ les concentrations de chacun des corps entrant en réaction, $nn' \ldots n_1 n'_1 \ldots$ les nombres des molécules de chacun des corps entrant en réaction, N la somme algébrique $n + n' \ldots - n_1 - n'_1 \ldots$, on arrive à l'expression

$$500 \int L \frac{dT}{T^2} + N \operatorname{Log}_e P + \operatorname{Log}_e \frac{c^n c'^{n'} \ldots}{c_1^{n_1} c_1'^{n'_1} \ldots} = \text{const.} \text{ (}^1\text{)}.$$

» Une seule mesure des éléments figurant dans cette formule permettra de déterminer la valeur de la constante.

» Cette formule, proposée par M. Le Chatelier, est d'ailleurs équivalente à celles données par Gibbs et Van't Hoff; elle donne la loi générale approchée de l'équilibre des systèmes gazeux à toute température.

» En cherchant précédemment la décomposition de l'oxyde de carbone et celle de l'acide carbonique en présence du charbon [2], j'ai fait remarquer que, aux températures de 650° et 800°, la limite de décomposition à laquelle on arrivait était la même. Il était intéressant de voir si les nombres trouvés expérimentalement vérifiaient la formule proposée.

» L'équation de réaction est

$$CO^2 + C \rightleftarrows 2\,CO;$$

désignons par n, n', n_1 les nombres de molécules correspondant à CO^2, C et CO; c, c', c_1 les concentrations de CO^2, C et CO; on a

$$n = 1, \qquad n' = 0, \qquad n_1 = 2;$$
$$N = 1.$$

» En supposant L toujours constant et égal à -42^{Cal}, et remarquant que $P = 1$, il vient

$$-\frac{21000}{T} + \operatorname{Log}_e \frac{c}{c_1^2} = \text{const.}$$

---

(1) Le coefficient 500 est égal à $\frac{1}{AR}$, A étant l'inverse de l'équivalent mécanique de la chaleur et R la constante des gaz calculée en prenant comme unités le mètre et le kilogramme.

(2) *Comptes rendus*, t. CXXVIII, p. 822, 824, 1522, 1524.

» Calculons cette constante aux différentes températures de 650°, 800° et 925°.

A 650°...	T = 923,	$c = 0,61$,	$c_1 = 0,39$	et	constante = − 21,4
A 800°...	T = 1073,	$c = 0,07$,	$c_1 = 0,93$	et	constante = − 22,2
A 925°...	T = 1198,	$c = 0,04$,	$c_1 = 0,96$	et	constante = − 20,6

» La concordance des nombres trouvés est satisfaisante, et la connaissance de cette constante (−21,4, moyenne des trois nombres) permettra de déterminer à une température donnée les proportions d'acide carbonique et d'oxyde de carbone pouvant exister simultanément dans un mélange gazeux résultant de l'action de l'acide carbonique sur le charbon. Le tableau suivant donne les résultats correspondant à des températures comprises entre 450° et 1050° :

Températures.	$c(CO^2)$.	$c_1(CO)$.
450° (calculé)........	0,98	0,02
500 »	0,95	0,05
550 »	0,89	0,11
600 »	0,77	0,23
{ 650 »	0,61	0,39
{ 650 (trouvé)........	0,61	0,39
700 (calculé)........	0,42	0,58
750 »	0,24	0,76
{ 800 »	0,10	0,90
{ 800 (trouvé)........	0,07	0,93
850 (calculé)........	0,06	0,94
900 »	0,035	0,965
{ 925 »	0,03	0,97
{ 925 (trouvé)........	0,04	0,96
950 (calculé)........	0,015	0,985
1000 »	0,007	0,993
1050 »	0,004	0,996

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur l'électrolyse du chlorure de potassium* (¹). Note de M. A. **Brochet**, présentée par M. Moissan.

« Diverses théories ont été proposées par Œttel, Wohlwill, Haber, etc., au sujet de la formation des hypochlorites et chlorates dans l'électrolyse

(¹) École de Physique et Chimie industrielles. Laboratoire d'Électrochimie.

des chlorures alcalins et alcalino-terreux. Œttel admet [1] que le chlorate prend naissance par deux processus différents : 1° par formation primaire résultant de l'action du chlore de l'anode sur l'alcali se trouvant dans le voisinage, lequel est remplacé par celui obtenu à la cathode; 2° par formation secondaire, par suite de la transformation de l'hypochlorite en chlorate. Il est à remarquer que Lunge avait donné une théorie analogue au sujet de la fabrication du chlorate par voie chimique.

» En cherchant à déterminer la quantité de chlorate formé respectivement dans ces deux réactions, j'ai été conduit à faire toute une série de recherches sur lesquelles je reviendrai ultérieurement, et j'ai notamment suivi pas à pas, par le dosage, la formation de l'hypochlorite et du chlorate au début de l'opération. J'ai pu faire ainsi un certain nombre de remarques assez curieuses.

» Une étude de ce genre avait été faite récemment par M. Fœrster [2] et je me suis aperçu seulement ces jours-ci de ce travail. Fœrster étudie le cas absolument général de l'électrolyse d'une solution de chlorure de sodium, aussi a-t-il une réduction considérable de l'hypochlorite formé, de sorte que l'oxydation réelle du chlorure représente seulement 35 pour 100 de la théorie. Dans la série des recherches que je signale aujourd'hui j'avais supprimé cette réduction au moyen de l'intéressant procédé indiqué par Muller [3] et consistant à ajouter à la solution une faible dose de bichromate de potassium dont l'action est encore inconnue. Parmi ces recherches, je choisirai la suivante dont les résultats sont indiqués sous forme de courbes sur le diagramme ci-contre :

» La solution renfermait, pour 100^{cc}, 20^{gr} de chlorure de potassium, $0^{gr},1$ de bichromate et $0^{gr},2$ de potasse caustique, ce qui correspondait à une alcalinité de $0^{gr},16$. L'électrolyseur, formé par un bocal de 200^{cc}, était refroidi par un courant d'eau. Un bouchon de caoutchouc percé de deux trous fermait l'appareil; par l'un de ces trous passait un tube permettant de faire les prises d'essai et de placer un thermomètre; par un tube placé dans l'autre on recueillait les gaz sur la cuve à eau, en même temps que ceux d'un voltamètre à gaz tonnant.

» Les électrodes de platine iridié étaient de même surface : 44^{cq}, et l'intensité du courant était maintenue tout le temps à 2 ampères, ce qui donnait une densité de courant de 0,045 ampère par centimètre carré. La différence de potentiel aux bornes qui était de $3^{volts},4$ au début s'est élevée rapidement à $3^{volts},7$, puis lentement à $3^{volts},85$. La température a varié de 16° à 20°.

---

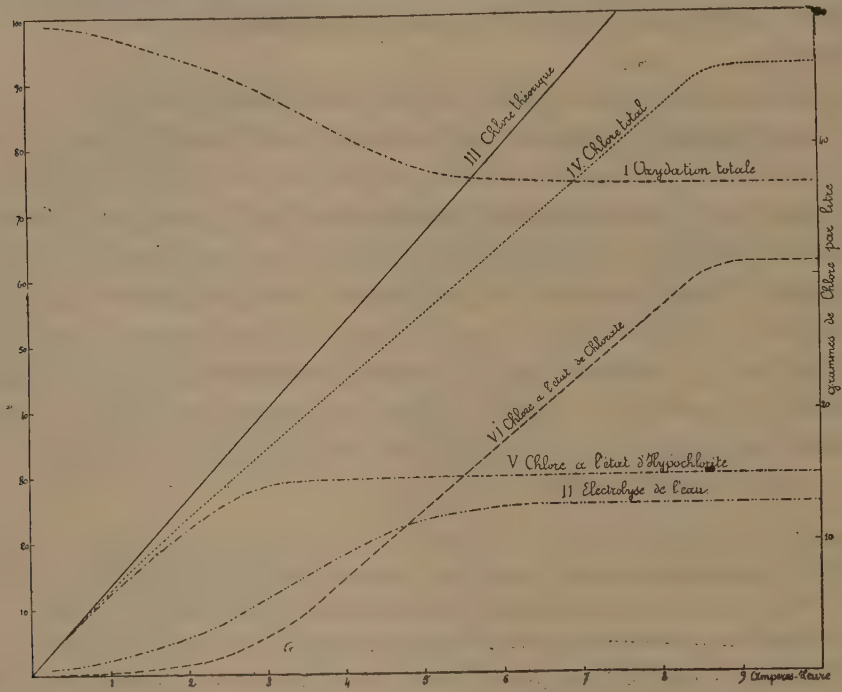
(1) *Zeitschrift für Elektrochemie,* t. I, p. 854.

(2) *Ibid.,* t. VI, p. 11.

(3) *Zeitschrift für Elektrochemie,* t. V, p. 469.

» La méthode d'Œttel que j'employais pour étudier les rendements se trouvait notablement simplifiée par suite de l'absence de réduction. La partie du courant employée à l'électrolyse de l'eau était indiquée d'après le volume d'oxygène de l'électrolyseur (courbe I) et l'oxydation totale d'après la différence entre ce chiffre d'oxygène et celui du voltamètre (courbe II), ces valeurs étant naturellement ramenées à 100. De temps en temps je faisais deux prises du liquide dont l'une servait à doser le pouvoir oxydant total (sulfate ferreux et permanganate) (courbe IV) et l'autre servait à doser l'hypochlorite (méthode de Penot) (courbe V). Pour régulariser, ces chiffres sont ramenés à la quantité de chlore correspondante par litre. La différence entre ces valeurs donnait le chlorate formé (courbe VI). Ce dernier sel commence à se déposer lorsque la solution en renferme 11^{gr} par litre.


Électrolyse d'une solution de chlorure de potassium à 20 pour 100.



» L'inspection de ces courbes montre que, dès le début, le rendement, qui était de 98 pour 100, se maintient, pendant une heure et demie, au-dessus de 90 pour 100, en même temps que la teneur de la solution en hypochlorite devient constante. Le chiffre de $13^{gr},7$ de chlore par litre indiqué par Œttel n'est pas absolu, je suis arrivé jusqu'à $23^{gr},5$. La proportion de chlorate en solution croît très lentement jusqu'à ce qu'il n'y ait plus formation d'hypochlorite. Elle devient alors proportionnelle au rendement. Quant à l'électrolyse de l'eau, très faible au début, elle augmente peu à peu jusqu'à atteindre une valeur constante.

» Si l'on opère dans les mêmes conditions sans addition d'alcali, le rendement est encore plus élevé, en même temps que l'hypochlorite en solution tend vers une valeur

plus grande. Si, au contraire, on ajoute de l'alcali, le rendement décroît rapidement, ainsi que la quantité d'hypochlorite en solution. Celle-ci arrive même à être complètement nulle.

» On voit donc d'après cela combien est faux le préjugé qui veut que le chlorate ne soit obtenu qu'en solution chaude et très alcaline, étant donné que, en présence de chromate de potassium, il est vrai, à la température de 20°, en liqueur à peine alcaline ou même neutre, on peut obtenir du chlorate avec un rendement de plus de 70 pour cent. Sans chromate, comme l'a indiqué Fœrster, on ne dépasse pas 35 pour 100, mais il ne faut pas oublier que dans ces conditions la moitié de la quantité d'électricité fournie à l'électrolyseur est employée à réduire l'hypochlorite. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur un nouveau sulfure de molybdène cristallisé.* Note de M. **Marcel Guichard**, présentée par M. Henri Moissan.

« Les préparations que nous avons décrites pour obtenir le bisulfure de molybdène nous ont permis de reprendre l'étude de l'action de la chaleur sur ce composé, Les expériences ont porté soit sur le bisulfure cristallisé, soit sur le bisulfure amorphe. Les poids de matière employée ont varié de 50^{gr} à 60^{gr}.

» Au four à vent, alimenté par du charbon de cornue, le bisulfure de molybdène amorphe, fortement chauffé dans un creuset de porcelaine entouré d'une double brasque de charbon, devient brillant et cristallin, mais ne présente pas trace de fusion; de plus, le creuset de porcelaine est fortement attaqué et le sulfure se trouve mélangé d'une assez grande quantité d'impuretés.

» Pour effectuer aisément un grand nombre d'expériences à des températures plus élevées que celle que donne le four à vent, nous avons employé le four électrique de Moissan.

» La plupart de nos essais ont été faits à l'aide d'un four à tube chauffé par un arc de 900 ampères et 50 volts, les temps de chauffe variant de deux à quatre minutes.

» Pour quelques essais, afin d'éviter le contact du charbon, le sulfure a été placé dans la cavité d'un petit four électrique et chauffé de trente à quarante minutes par un arc de 45 ampères et de 50 volts.

» Lorsque le bisulfure de molybdène a été chauffé jusqu'à fusion, il a perdu une partie de son soufre et l'on obtient des masses à cassures gris métallique, ne rayant

pas le verre et se polissant facilement à la lime, formées par l'enchevêtrement d'un grand nombre d'aiguilles cristallines; on trouve souvent à l'intérieur des cavités tapissées d'aiguilles facilement détachables.

» La teneur en soufre de ces masses cristallines est très variable, comme l'indiquent les analyses suivantes (¹) :

	I.	II.	III.	IV.
Soufre pour 100	29,3	20,24	17,84	22,5

» Ces variations tiennent à ce que le sous-sulfure formé est dissociable à une température peu supérieure à la température à laquelle il prend naissance par dissociation du bisulfure lui-même. Les masses fondues obtenues doivent être considérées comme formées par les aiguilles de sous-sulfure unies par du molybdène métallique.

» Pour isoler le sous-sulfure, il suffit de traiter un culot bien cristallin par l'eau régale étendue et froide qui dissout le molybdène non combiné, les aiguilles devenues libres se détachent et on les lave et sèche à 110°.

» Ces aiguilles, qui ont souvent plusieurs millimètres de long, sont gris d'acier, un peu plus dures que la molybdénite; leur densité à 15° est 5,9. Elles sont constituées par un sesquisulfure de molybdène Mo^2S^3, comme le démontrent les analyses effectuées sur des échantillons provenant de préparations différentes :

	I.		II.	III.	Calculé pour Mo^2S^3.
Molybdène pour 100	66,85	66,33	66,58	66,44	66,66
Soufre pour 100	32,63	»	32,92	»	33,33

» Le fluor attaque le sesquisulfure de molybdène légèrement chauffé avec incandescence.

» Le chlore le transforme avant le rouge en pentachlorure de molybdène et chlorure de soufre.

» Le brome l'attaque également, mais à température plus élevée. L'iode ne donne aucune action au point de fusion du verre.

» L'oxygène produit au-dessous du rouge une vive incandescence, la chaleur dégagée suffit pour faire fondre l'acide molybdique formé. A l'air, le sesquisulfure, porté au rouge sur une lame de platine, se recouvre de bioxyde brun violet qui se transforme ensuite en acide molybdique volatil; finalement, il ne reste aucun résidu. Les oxydants énergiques, tels que le chlorate de potasse, l'azotate de potasse, le bioxyde de plomb, réagissent sur le sesquisulfure avec un vif dégagement de chaleur et production de lumière.

» Le soufre en vapeur, entraîné par un courant d'acide carbonique sur le sesquisulfure porté au rouge, le transforme en bisulfure gris bleu sans changement de forme

---

(¹) Ces analyses ont été effectuées par la méthode générale que nous avons décrite dans notre précédente Note (*Comptes rendus*, t. CXXIX, p. 1239).

cristalline. Une expérience quantitative nous a donné une augmentation de poids de 10,88 pour 100 du poids de sesquisulfure employé; théoriquement, le sesquisulfure doit absorber 11,11 pour 100 de son poids de soufre pour se transformer en bisulfure. La transformation est donc totale. C'est la réaction inverse de celle qui a donné naissance au sesquisulfure par dissociation du bisulfure.

» Le phosphore ne déplace pas le soufre du sesquisulfure au rouge.

» L'eau agit seulement à l'état de vapeur surchauffée; au rouge il y a formation lente d'hydrogène sulfuré.

» L'acide chlorhydrique gazeux ou dissous ne produit aucune attaque de ce sulfure.

» L'acide sulfurique n'a de même aucune action.

» L'acide azotique concentré produit une vive attaque à chaud avec formation d'acides molybdique et sulfurique.

» L'eau régale concentrée agit de même. L'eau régale étendue et l'acide azotique étendu n'ont pas d'action à froid.

» La potasse fondue l'attaque peu à peu.

» L'hydrogène sec réduit lentement au rouge vif le sesquisulfure de molybdène avec formation d'hydrogène sulfuré et de métal qui conserve la forme du sulfure. A cette température, le sesquisulfure se réduit un peu plus lentement que le bisulfure.

» Si le sesquisulfure est maintenu quelque temps à la haute température de l'arc électrique, il se dissocie entièrement en donnant du molybdène fondu. Au contact du charbon, ce métal forme un carbure défini Mo^2C décrit par M. Moissan (¹). De sorte que, si le bisulfure lui-même est maintenu assez longtemps à très haute température, il donne directement du molybdène carburé sans que l'action s'arrête au sesquisulfure.

» *En résumé*, nous avons obtenu, par l'action d'une température très élevée sur le bisulfure de molybdène, un sesquisulfure cristallisé. Ce nouveau sulfure peut, dans la vapeur de soufre, au rouge, redonner le bisulfure. On sait que le bisulfure peut être obtenu, d'autre part, par l'action d'une température inférieure au rouge sur le trisulfure. Le bisulfure est donc le sulfure stable au voisinage du rouge.

» Le sesquisulfure se dissocie lui-même à une température voisine de celle où il se forme et donne du molybdène métallique. Il n'y a donc pas de sulfure de molybdène stable à très haute température.

» On voit donc que, si l'on part du trisulfure MoS^3, on peut obtenir par des dissociations successives à des températures de plus en plus élevées, d'abord le bisulfure MoS^2, puis le sesquisulfure Mo^2S^3, enfin le métal désulfuré.

(¹) H. Moissan, *Préparation et propriétés du molybdène pur fondu* (*Comptes rendus*, t. CXX, p. 1320).

» Le sesquisulfure correspond au sesquioxyde qui est la combinaison la moins oxygénée du molybdène. »

CHIMIE. — *A propos de l'action du magnésium sur les solutions salines.* Note de M. **Henri Mouraour.**

« Dans une Note communiquée à l'Académie le 31 juillet 1899 (t. CXXIX, p. 291), M. Georges Lemoine examine l'action du magnésium sur ses solutions salines. Qu'il me soit permis à ce propos de faire les quelques remarques suivantes :

» Ce n'est pas seulement avec les solutions de ses sels que le magnésium donne une réaction plus vive qu'avec l'eau, mais avec les solutions de sels les plus divers et, spécialement, avec les sels ammoniacaux. J'ai fait à ce sujet quelques expériences dont voici le résumé :

Action du magnésium en poudre et à froid sur les sels suivants :

Carbonate d'ammonium	Dégagement très fort de H
Chlorure »	»
Oxalate »	»
Sulfure »	»
Fluorure »	Rien ; pas de dégagement
Carbonate de sodium..............	Dégagement très fort de H
Phosphate »	» très faible
Acétate »	» assez fort
Borax	Fort dégagement
Sel de Seignette	Faible dégagement
Azotite de sodium..................	Dégagement très lent
Thiosulfate de sodium............	» très lent
Ferrocyanure de potassium........	» très faible
Chlorure de potassium	» très faible
$BaCl^2$	Très faible dégagement
$CaCl^2$	Très faible dégagement
S^2Cl^2..............................	Faible dégagement
Alun ordinaire......................	Fort dégagement
Alun de chrome	Fort dégagement

» Il est évidemment difficile d'expliquer la décomposition plus facile de l'eau dans le cas de la présence de sels étrangers (qui n'entrent pas en réaction), car l'explication donnée par M. Georges Lemoine, si elle est

bonne dans le cas considéré (chlorure de magnésium), est inacceptable dans la plupart des cas cités plus haut.

» Il est probable que les solutions salines (principalement les sels ammoniacaux) agissent en dissolvant la magnésie qui, se formant à la surface du magnésium, tend à arrêter la réaction.

» A côté des réactions précédentes, on peut placer l'action du magnésium sur les solutions des sels d'étain, de plomb, de cuivre, de mercure, de cobalt, etc., action qui donne, en même temps qu'un précipité du métal en solution, un *fort dégagement d'hydrogène* provenant évidemment de l'action secondaire du magnésium sur l'eau de la solution. Il est, dans ce cas, assez difficile donner une explication du phénomène, car il est peu probable que les sels de Pb ou de Sn favorisent la solubilité de la magnésie. »

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Automatisme des cellules nerveuses* (¹).
Note de M. **Pompilian**, présentée par M. Marey.

« L'activité des cellules nerveuses est-elle *automatique* ou *réflexe?* Tel est le problème qui se trouve à la base de la Physiologie des éléments nerveux.

» Il ne suffit pas d'observer des mouvements automatiques pour conclure à l'automatisme des éléments nerveux, car on peut se demander si l'automatisme est la propriété des éléments nerveux ou celle des éléments musculaires. C'est ainsi que le problème s'est trouvé posé pour les mouvements automatiques des organes viscéraux et particulièrement du cœur. Il n'a pas été résolu parce qu'il est difficile, sinon impossible, de procéder à la dissociation fonctionnelle des éléments nerveux et musculaires dans des organes où ils sont intimement mélangés. S'il existait des organes pouvant facilement être isolés des éléments nerveux, et présentant des mouvements automatiques analogues à ceux du cœur, le problème trouverait une solution.

» En effet, si ces mouvements persistent tant que la parcelle de substance nerveuse qui est en relation avec les organes moteurs est intacte et disparaissent dès que cette substance est détruite, on est autorisé à conclure que les mouvements étaient provoqués par l'activité automatique

(¹) Travail du laboratoire de Physiologie de la Faculté de Médecine de Paris.

des éléments nerveux. De tels organes existent. Les pattes des Insectes nous offrent un exemple remarquable; elles présentent, après l'ablation du segment céphalique de l'Insecte, des mouvements automatiques rythmiques analogues à ceux du cœur, pendant un temps très prolongé (plus de vingt-quatre heures). Ces mouvements disparaissent quand on détruit les ganglions nerveux avec lesquels les pattes sont en relation.

» Nous avons étudié les mouvements automatiques du *Dytiscus Marginalis*. Voici, brièvement, les résultats de nos observations :

» Quelque temps après l'ablation du segment céphalique, temps pouvant varier de quelques minutes à une heure, on voit apparaître des mouvements automatiques et rythmiques des pattes. Ces mouvements ne sont pas synchrones. Les mouvements des deux premières paires de pattes sont plus fréquents que ceux de la troisième paire. Pour une même paire de pattes, les mouvements de la patte d'un côté peuvent être plus fréquents que ceux de la patte de l'autre côté. Les divers segments d'une patte sont animés de mouvements de fréquences diverses. Les extrémités des pattes présentent des mouvements plus rapides (en moyenne 60 mouvements par minute) que ceux de la totalité du membre (8 à 32 par minute). L'intensité des mouvements est variable, de temps en temps, ils deviennent très forts; l'insecte décapité semble pris d'une sorte d'attaque convulsive qui dure quelques secondes (de dix à vingt secondes). Dans quelques-unes de nos observations ces convulsions avaient lieu toutes les sept minutes avec une certaine régularité. En été, les Dytisques présentent des mouvements plus fréquents et plus rapides qu'au printemps.

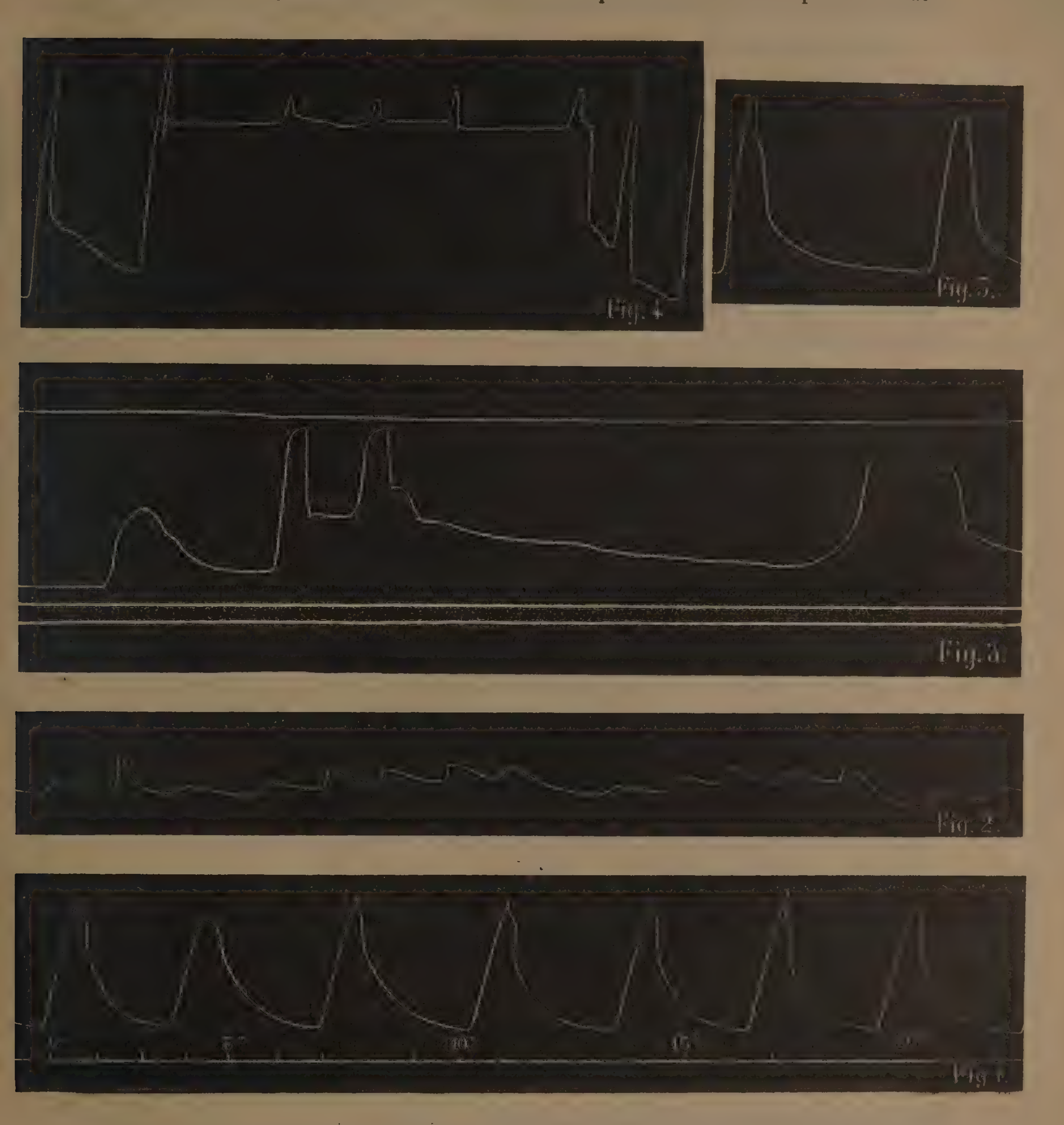
» Si l'on divise un Dytisque en quatre fragments, la tête d'une part, d'autre part les trois segments thoraciques chacun avec la paire de pattes correspondantes, on voit que toutes les pattes présentent pendant des heures des mouvements automatiques. Les antennes et les pièces buccales du segment céphalique présentent aussi des mouvements rythmiques d'intensité et de fréquence variables; les mouvements des antennes sont très rapides (on ne peut pas les compter), ceux des pièces buccales le sont moins.

» Nous avons recueilli de nombreux tracés des mouvements d'une patte de Dytisque en l'attachant à un levier inscripteur fait avec un fétu de paille. Nous en donnons quelques spécimens.

» Tous les Dytisques ne se ressemblent pas. Il y en a qui présentent des mouvements rythmiques de la totalité des pattes avec une régularité remarquable, comme on peut le voir sur la *fig.* 1 qui représente les mouvements d'une patte de la première paire trente-cinq minutes après l'ablation du segment céphalique. D'autres Dytisques ne présentent pas de grands mouvements, mais seulement de petits mouvements des extrémités de leurs pattes, comme on peut le voir sur la *fig.* 2; ce tracé a été recueilli une heure trente-trois minutes après l'ablation du segment céphalique.

» Enfin, il y a des Dytisques qui présentent des mouvements très grands et très forts d'une façon intermittente; après plusieurs minutes de repos, on observe de grands mouvements qui durent une minute environ. La *fig.* 3 représente le tracé des mouvements d'une patte de la première paire deux heures trente minutes après l'ablation du segment céphalique; les deux lignes d'en bas représentent la période de repos;

la troisième, la période des mouvements ; la quatrième, la période de repos qui suit. Les *fig.* 4 et 5 représentent les mouvements d'une patte de la deuxième paire. Le tracé



de la *fig.* 4 a été recueilli deux heures vingt minutes après l'ablation du segment céphalique ; il montre comment aux grands mouvements rythmiques suit une grande

contraction tonique de toute la patte; pendant la durée de celle-ci, l'extrémité seule est animée de mouvements. Le tracé de la *fig.* 5 a été recueillie vingt-quatre heures après l'ablation du segment céphalique.

» Les Insectes ne sont pas les seuls êtres qui présentent des mouvements automatiques des organes de la vie de relation. L'écrevisse, les vers et le triton présentent aussi de ces mouvements.

» Les conditions nécessaires à l'apparition des mouvements automatiques nous semblent être les suivantes : 1° des organes légers; 2° des centres nerveux suffisamment nourris. Ces conditions se trouvent réunies chez les Insectes, c'est pourquoi chez eux les mouvements automatiques s'observent avec une très grande netteté. De plus, les Insectes possèdent une très grande quantité de substance nerveuse par rapport au poids de leurs membres.

» De l'ensemble de nos recherches nous croyons pouvoir tirer les conclusions suivantes, généralisées à l'activité des cellules nerveuses de tous les animaux :

» 1° Les cellules nerveuses, du fait même qu'elles vivent et qu'elles se nourrissent, dégagent constamment de l'énergie nerveuse, sans qu'il soit nécessaire pour cela qu'une excitation du dehors vienne ébranler leur équilibre chimique. *L'activité nerveuse est donc automatique.*

» 2° L'activité nerveuse automatique varie d'intensité d'un moment à l'autre.

» 3° Les centres nerveux supérieurs exercent normalement une influence inhibitrice sur les centres inférieurs; l'activité de ces derniers centres se manifestent nettement après la destruction des premiers.

» 4° Il nous semble que, en Pathologie, des faits comme les tremblements et les convulsions pourraient être expliqués, d'une part, par une diminution du pouvoir inhibiteur exercé par les centres supérieurs cérébraux sur les centres inférieurs médullaires, d'autre part, par une augmentation de l'activité de ces derniers centres. »

MINÉRALOGIE. — *Sur une catégorie de groupements cristallins échappant aux investigations optiques.* Note de M. **Fred. Wallerant**, présentée par M. Fouqué.

« En général, dans un groupement cristallin, les différents cristaux se distinguent facilement, leurs ellipsoïdes d'élasticité optique ayant des

orientations différentes. Il peut cependant en être autrement : si, en effet, les cristaux sont orientés symétriquement par rapport aux éléments de symétrie de cet ellipsoïde, ils auront tous la même orientation optique et l'examen en lumière polarisée sera impuissant à les distinguer.

» Supposons que quatre cristaux d'une substance triclinique se groupent symétriquement par rapport au plan de symétrie de leur ellipsoïde d'élasticité optique, toutes les parties de ce groupement seront, au point de vue optique, orientées de la même façon ; si donc la forme cristalline ne présente pas d'angle rentrant, le groupement aura tous les caractères d'un cristal orthorhombique.

» Ainsi, par exemple, la Cumengéite cristallise en octaèdre quadratique. Elle est légèrement biaxe, les plans de symétrie de l'ellipsoïde d'élasticité optique étant les plans p, h^1 et h^1. Or l'attaque de cet octaèdre par l'acide azotique montre, de la façon la plus nette, qu'il est en réalité formé de huit pyramides ayant les faces pour bases, et que les quatre cristaux, comprenant chacun deux pyramides, sont symétriques par rapport aux mêmes plans p, h^1 et h^1 : le groupement doit donc paraître homogène au point de vue optique.

» Un autre exemple intéressant est celui de la Chiastolithe. Cette substance se distingue de l'Andalousite orthorhombique par l'accumulation de particules charbonneuses dans les plans de clivages et dans les plans h^1 et g^1. Il était tout naturel de considérer ces plans comme des plans de macles, mais tous les auteurs qui se sont occupés de la question ont rejeté cette explication, en s'appuyant sur ce que les cristaux possédaient en tous les points la même orientation optique. Or cette raison est sans valeur puisque les plans h^1 et g^1 sont les plans de symétrie de l'ellipsoïde. Et, en effet, j'ai eu l'occasion de constater, à plusieurs reprises, dans l'Andalousite du Brésil et dans la Chiastolithe que les quatre secteurs, séparés par les plans h^1 et g^1, ne s'éteignaient pas simultanément : l'angle des directions d'extinction, fort variable d'ailleurs, ne dépassant pas deux degrés. Cette variation dans l'orientation optique provient simplement de ce que les cristaux, gênés par une cause quelconque dans leur développement, ont pris une orientation légèrement différente de celle qu'ils devaient prendre normalement.

» Il est facile de comprendre que les groupements particuliers, dont je viens de démontrer l'existence, doivent se produire assez fréquemment. En général, les éléments de symétrie de l'ellipsoïde d'élasticité optique coïncident, autant que cela est possible, avec les éléments de symétrie de

la particule complexe. Mais si ceux-ci font défaut, les premiers coïncideront fréquemment avec les éléments de symétrie limite, qui sont, comme je l'ai déjà démontré, les éléments de symétrie des groupements. »

GÉOLOGIE. — *Sur la dénudation du plateau central de Haye ou Forêt de Haye* (*Meurthe-et-Moselle*). Note de M. **Bleicher**, présentée par M. Albert Gaudry.

« Sous le nom de *pays de Haye,* on comprend en Géographie physique une partie de la bande calcaire oolithique couverte généralement de grandes forêts (côtes de Moselle) [1], qui borde la lisière orientale du bassin de Paris dans la région de Nancy et au sud comme au nord de cette ville [2].

» Cette expression géographique forcément flottante reçoit sa vraie signification dans la partie de la bande, bien limitée sur deux de ses côtés par la Moselle, sur le troisième par une portion du cours de la Meurthe, que l'on connaît sous le nom de *plateau central de Haye* ou encore de *Forêt de Haye*. Ce massif, *cœur du pays de Haye*, suivant l'expression de l'auteur du *Plateau lorrain* [3], est devenu, grâce à son voisinage de Nancy, l'objectif de nos études depuis une vingtaine d'années; les travaux nombreux de carrières, de mines, de fortifications, d'amenée des eaux, effectués pendant cet intervalle de temps, à sa surface et dans son épaisseur, nous ont révélé, sur sa structure primitive, sur les modifications éprouvées par sa surface et ses flancs, les faits intéressants et nouveaux qui se trouvent résumés dans cette Note.

» Le plateau central de Haye, au point de vue géologique, se compose d'un soubassement marneux et ferrugineux appartenant au *Toarcien,* surmonté d'un puissant massif de calcaire oolithique.

» Suivant le prolongement général vers l'ouest des formations géologiques de la bordure orientale du bassin de Paris, l'étage *bajocien,* constituant ce massif oolithique, est remplacé vers l'ouest par l'étage *bathonien,* plus marneux, qui occupe la partie déprimée du plateau dirigée vers la région de Toul.

---

(1) Commandant Barré, *La Géographie militaire et les nouvelles méthodes* (*Revue du Génie militaire,* juin 1899, p. 504).

(2) Auerbach, *Le Plateau lorrain,* p. 165.

(3) *Ibid.,* p. 167.

» Sur sa surface accidentée et coupée de profonds ravins qui pénètrent jusqu'au centre du massif, on constate par places : une couverture superficielle de *terre rouge,* des amas de débris calcaires plus ou moins menus, connus sous le nom de *grouine,* des traînées et des placages de cailloux vosgiens, souvent plus gros que le poing (P, de la Carte géologique au $\frac{1}{80000}$, 1887, feuille de Commercy) ; sur ses flancs, des lambeaux allongés, *a'*, d'alluvion des terrasses, d'origine vosgienne.

» Une seule faille, pénétrant suivant une direction à peu près NNE jusqu'à une certaine distance dans son épaisseur, se trouve indiquée sur cette Carte, mais elle ne se signale extérieurement par aucun accident topographique. Par contre, les fissures y sont extrêmement nombreuses; Braconnier (1) admet qu'elles sont espacées au plus de 6^m à 10^m, sur les coteaux des environs de Nancy, et qu'elles pénètrent à travers les calcaires de l'oolithe inférieure jusqu'aux marnes sableuses du Toarcien.

» La présence de puissants dépôts et remplissages de cailloux, plus rarement de sables d'origine vosgienne à des hauteurs de plus de 150^m au-dessus des thalwegs de la Meurthe et de la Moselle a, de tout temps, frappé les géologues; ils contiennent une faune pléistocène : Éléphant qui, en raison de l'écartement des lames dentaires de ses molaires, de l'épaisseur de leur émail et de leur mode d'usure, nous a paru plus voisin d'*Elephas antiquus Falc.* que d'*El. primigenius Bl., Villey-le-Sec;* Renne, *Laxou;* Ours des cavernes, *Pierre-la-Treiche.* Devait-on admettre qu'un phénomène géologique aussi important que le creusement et l'établissement définitif des vallées fluviales de la Moselle et de la Meurthe ne date que d'une époque postérieure à celle où vivaient ces animaux? Nous étions tentés de le croire, lorsque des découvertes, faites coup sur coup à la surface du plateau, nous firent entrevoir que le modèle de ces régions devait avoir une origine plus lointaine.

» Successivement nous pûmes constater dans des remplissages de fissures ou à la surface du plateau, à *Champ-le-Bœuf,* des amas de marnes oolithiques avec une série complète des fossiles du bathonien moyen (découverte de M. Gaiffe, opticien à Nancy) : des fossiles siliceux des chailles oxfordiennes emballées au milieu de la marne, de gros nodules (miches) de roche grenue siliceuse avec empreintes en creux de radioles de *Cidaris florigemma* et de nombreux bivalves : *dans les fondations du fort de Frouard,* ces mêmes nodules avec des fossiles des chailles emballés dans la marne bleue. M. le capitaine du génie Bois vient enfin de nous communiquer la découverte de ces mêmes miches à fossiles rauraciens ou coralliens, avec des dimensions énormes :

---

(1) *Description géologique du département de Meurthe-et-Moselle,* p. 75; 1883.

$0^m,80$ l., $0^m,60$ l., $0^m,40$ h.; elles sont accompagnées de blocs siliceux grenus anguleux; elles ont été trouvées au-dessus de Chaligny, à près de 10^{km} à vol d'oiseau des deux premiers gisements. L'abondance de ces témoins d'étages disparus, leur répartition à la surface du plateau dans sa partie calcaire la plus élevée, la taille des nodules accompagnés de blocs anguleux, le bon état de conservation des fossiles, tout concorde à rejeter l'hypothèse du transport au loin de ces matériaux. Il est à remarquer d'ailleurs que celui-ci n'aurait pu se faire que dans la direction de la pente générale, c'est-à-dire de l'est vers l'ouest, qui est celle qu'ont suivie les cailloux vosgiens, et non dans une direction opposée qui est celle des affleurements éloignés de 20^{km} et de 30^{km} du rauracien.

» On peut donc concevoir le plateau central de Haye surélevé de 200^m au minimum de toute l'épaisseur des étages *bathonien, callovien, oxfordien* et *rauracien* en partie [1], calculée d'après les affleurements de ces terrains aux environs de Toul et communiquant directement par un plan fortement incliné avec les Vosges, alors bien plus élevées qu'aujourd'hui.

» A la surface de ce plan incliné coulaient les fleuves aux noms inconnus, qui ont charrié les éléments arrachés aux Vosges, et, peu à peu, aidés des mouvements dynamiques dont nous retrouvons les traces, de la nature meuble du sol, des circonstances atmosphériques, ont sillonné, creusé, démantelé enfin, à travers les âges tertiaires, peut-être même crétacés, la couverture du plateau.

» A l'époque pléistocène sa surface démantelée a reçu et mis en réserve, dans les fissures béantes et agrandies par les eaux, les cailloux vosgiens, comme les roches et les fossiles jurassiques et quaternaires, et si l'on n'y trouve plus qu'une faible partie des déchets que suppose un pareil phénomène, on n'a pas lieu de s'en étonner, car ils ont été entraînés en majeure partie au loin, suivant la pente naturelle du terrain. »

GÉOLOGIE. — *Sur la présence du Priabonien (Éocène supérieur) en Tunisie.* Note de M. le commandant **Flick**, presentée par M. de Lapparent.

« Pendant mes levés de la Carte d'État-Major de Tunisie, j'ai pu étudier avec beaucoup de détails le Priabonien de la région de Kairouan.

» Il existe à la partie supérieure de l'Éocène des assises à *Echinolampas Perrieri* que MM. Thomas, Aubert, Gauthier et Locard ont fait con-

---

(1) Rien ne prouve en effet qu'il ne faille pas, plus tard, ajouter à cette liste les étages jurassiques supérieurs.

naître dans des Mémoires très intéressants. M. Aubert, dans l'explication de sa Carte géologique de Tunisie, qui a rendu de si grands services à la Régence, place ces couches dans l'Éocène supérieur. Il cite comme fossiles caractéristiques : *Euspatangus Meslei* Thom. et Gauth. ; *Schizaster Africanus* de Lor ; *Echinolampas Perrieri* de Lor. Je ferai remarquer à ce sujet que *Eusp. Meslei* étant spécial à la Tunisie, et que d'un autre côté, d'après les récents travaux de MM. Fourtau et Gauthier sur les Échinides de l'Égypte, *Sch. Africanus* et *Ech. Perrieri* appartenant au Lutétien, M. Aubert aurait ainsi donné à l'Éocène supérieur, comme on l'a fait quelquefois, une extension plus considérable que ne le comporte la nomenclature de MM. Munier-Chalmas et de Lapparent. Je considère que les assises dont il est question appartiennent au Priabonien.

» J'ai constaté la présence des assises à *Ech. Perrieri* sur un certain nombre de points nouveaux : 1° Dans la chaîne du Batène, 2° au nord de l'Oued-Bogal, 3° dans la chaîne des Souatir. Mais c'est surtout dans le Batène que ces couches prennent un développement remarquable.

» Le Priabonien constitue les couches supérieures du dôme allongé (nord sud) qui forme le massif du Batène-el-Guern. Ce dôme, qui a été arasé vers le nord, montre, sur ce point, deux bandes d'Éocène supérieur, entre lesquelles affleurent les calcaires de l'Éocène inférieur et moyen ; ces deux bandes se réunissent vers le sud. Sur les flancs est et ouest du dôme, les assises priaboniennes forment une série de synclinaux et d'anticlinaux secondaires très importants.

» En partant des collines ophitiques et triasiques qui forment les points les plus élevés de la chaîne du Batène, on traverse d'abord la série crétacée à partir de l'Aptien, puis les calcaires de l'Éocène inférieur, les assises de l'Éocène moyen avec *Turritella obruta* Loc., pour arriver dans le Priabonien.

» Cet étage est constitué par une série de grès presque toujours redressés jusqu'à la verticale, qui alternent avec des argiles sableuses ; par suite de l'érosion et de l'inégale résistance des roches, les grès forment des saillies parallèles de 4^m à 5^m de hauteur sur 1^m à 3^m de large, séparées par de petites vallées d'une largeur de 10^m à 12^m environ. Dans les argiles sableuses, on constate souvent la présence d'hydroxyde de fer et de petits cristaux isolés de gypse, qui ne sont pas contemporains des dépôts, mais proviennent de l'oxydation des pyrites.

» Les nouvelles observations paléontologiques, que j'ai faites avec le concours de MM. Douvillé et Munier-Chalmas, m'ont donné les résultats suivants : Les Scutelles et les Clypéastres que j'ai découverts sont en très grand nombre ; ils appartiennent à des espèces voisines de *Scutella striatula* M. de Serres et *Clypeaster Biarritzensis* Cott., qui se retrouvent à Biarritz et en Italie dans les couches priaboniennes. Le *Pecten nucalis* Locard n'est que le *Pecten Michelotti* d'Archiac et correspond exactement à la forme de Biarritz, qni a les côtes non carénées, forme qui est également très commune dans les Alpes vénitiennes, à Salcedo et San-Gonini, au milieu d'assises qui

sont placées par M. Munier-Chalmas (*Étude sur le Vicentin*) à la limite de l'Éocène et de l'Oligocène.

» En Italie comme en Tunisie, le *Pecten Michelotti* est accompagné de *Nassa Caroni*, qui remonte jusque dans l'Oligocène de Hongrie, d'après les travaux de MM. Hébert et Munier-Chalmas.

» Un *Pecten* très abondant a les plus grands rapports avec les *Pecten subtripartitus* et *P. Gravesi* d'Arch.

» Je signalerai aussi la présence d'une variété éocène de la *Cytherea incrassata*, et de la *Pholadomya Puschi* qui se retrouvent avec les mêmes caractères à Salcedo et à San-Gonini. Il faut encore ajouter à cette liste des *Voluta*, *Cassis*, *Solarium*, *Ancilla*, qui appartiennent à des espèces très voisines de celles du Priabonien des Alpes vénitiennes; puis les espèces spéciales décrites par M. Locard : *Turritella obruta*, *T. Bourguignati*, *Pecten Tunetanus*, etc.

» Sur la Carte géologique de M. Aubert, on voit très nettement que l'Éocène supérieur forme des bandes grossièrement parallèles, dont la direction générale est nord-est-sud-ouest.

» Dans la région de Cherichira, j'ai suivi l'Éocène supérieur à partir du Fondouck d'El-Aouareb; une première zone, qui part à 1^{km} au nord de ce point, décrit un arc de cercle pour se diriger, en se recourbant fortement vers l'ouest et vers le massif de Cherichira et s'avance en déviant toujours vers l'ouest jusque dans la chaîne du Batène-el-Guern. A 8^{km} au nord du Batène, on retrouve dans son prolongement un affleurement au nord de l'Oued-Bogal. Il s'infléchit de nouveau vers l'ouest pour former la chaîne des Souatir, où j'ai constaté sa présence, et former plus au nord une bande qui se dirige vers le dôme crétacé de Takrouna, qu'elle contourne. La bande est se prolonge vers Djeradou, s'incurve vers le Djebel-Zid pour se réunir à la deuxième bande qui se trouve plus à l'ouest. Ces deux bandes réunies gagnent l'extrémité de la presqu'île du cap Bon.

» La deuxième bande dont je viens de parler, d'après les observations de M. Thomas et les miennes, se montre au pied du Djebel-bou-Mourra, pour se prolonger dans le massif du Zriba et de l'Halk-en-Neb et se réunir, comme nous l'avons dit, au massif du Zid, à la première bande. »

M. A.-L. Herrera adresse une nouvelle Note « Sur l'imitation des mouvements vermiculaires avec l'oléate d'ammoniaque ».

(Commissaires : MM. Marey, Chauveau.)

A 4 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures et demie.

M. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 15 janvier 1900.

Nouvelles leçons sur la Théorie des fonctions : Leçons sur les fonctions entières, par Emile Borel. Paris, Gauthier-Villars, 1900; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Picard.)

Pages choisies des savants modernes extraites de leurs œuvres, par A. Rebière. Paris, Nony et Cie, 1900; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Edmond Perrier.)

Explorations dans le Royans et le Vercors (2e campagne), par M. O. Décombaz. (Mémoires de la Société de Spéléologie, t. III, n° 22; décembre 1899.) Paris; 1 fasc. in-8°.

Bulletin de la Société astronomique de France et Revue mensuelle d'Astronomie, de Météorologie et de Physique du Globe. Janvier 1900. Paris; 1 fasc. in-8°.

Journal du Ciel : Bulletin de la Société d'Astronomie, notions populaires d'Astronomie pratique. 3e série, 36e année, février 1900. Paris; 1 fasc. in-8°.

La Science et le bon sens. Première année, nos 4, 5, janvier-mars 1900. Condé-sur-Noireau (Calvados), imp. L'Enfant; 2 fasc. in-8°.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de la Société de Biologie; t. LII, n° 1, janvier 1900. Paris, Masson et Cie; 1 fasc. in-8°.

Journal d'Hygiène, fondé par le Dr Prosper de Pietra Santa. *Comptes rendus de la Société française d'Hygiène*, 26e année, 25e volume, n° 1215, jeudi 4 janvier 1900. Paris; 1 fasc. in-4°.

Marseille médical. Directeur : Ch. Livon. 37e année, n° 1. Marseille; 1 fasc. in-8°.

Chronique industrielle et l'Industriel du Nord et des Ardennes. Rédacteur en chef : D. Casalonga. Paris; 1 fasc. in-4°.

Faune des Vertébrés de la Suisse, par Victor Fatio. Volume II : *Histoire*

naturelle des Oiseaux. Ire Partie : *Rapaces, Grimpeurs, Percheurs, Bailleurs* et *Passereaux*. Genève et Bâle, Georg et Cie, 1899; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Milne-Edwards; hommage de l'Auteur.)

Nota sopra un termometro elletrico registratore. Ing. PROTO MURA. Milano, 1898; 1 fasc. in-8°. (Hommage de l'Auteur.)

Sull' impiego della corrente ellettrica per accelerare la votazionne nelle Assemblee Legislative. Milano, 1899; 1 fasc. in-12. (Hommage de l'Auteur.)

Al-Battani sive Albatenii opus astronomicum. Ad fidem codicis escurialensis arabice editum, latine versum, adnotationibus instructum a CAROLO-ALPHONSO NALLINO. Pars tertia, textum arabicum continens. Mediolani, 1899; 1 vol. in-4°. (Presentato in dono dal Reale Osservatorio di Brera in Milano.)

Nachtrag zu meiner Brochüre « Die Entstehung und Bewegung der Weltkörper », v. W. JAFTER. Hamburg, im Januar 1900; 1 fasc. in-12.

Report of the superintendent of the United States Naval Observatory, for the fiscal year ending June 30, 1899. Washington, 1899; 1 fasc. in-8°.

Fennia : Bulletin de la Société de Géographie de Finlande. 14, 15, 17. Helsingfors; 1897-1899; 3 vol. in-8°.

Société de Géographie de Finlande. Atlas de Finlande. Helsingfors, 1899. 1 vol. in-f°. (Le texte de cet Atlas forme le Tome XVII de *Fennia*.)

Finlands Geologiska Undersökning. Beskrifning till kartbladet n° 34, *Mohla*, af HUGO BERGHELL. Kuopio, O.-W. Backman, 1899; 1 fasc. in-8° et une Carte hors texte in-4° obl.

Monographs of the United States Geological Survey. Vol. XXIX, XXXI, XXXV. Washington, 1898; 3 vol. in-4°.

Atlas to accompany Monograph XXXI on the Geology of the Aspen district Colorado, by JOSIAH-EDWARD SPURR. Washington, 1898; 1 fasc. in-f°.